

حل معادله سینوسی $\sin x = a$ و $\cos x = a$ و $\tan x = a$ و $\cot x = a$

(۱) برای حل معادله $\sin x = a$ فرض کنید x زاویه ای باشد و $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ و $\sin x = a$ بنابرین

جواب های معادله $\sin x = a = \sin \varphi$ عبارت است از $x = 2k\pi + \varphi$ و $x = 2k\pi + \pi - \varphi$ $k \in \mathbb{Z}$

مثال ۱ معادله $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ را حل کنید.

حل: چون $\sin(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ پس $\varphi = \frac{\pi}{3}$ است بنابرین جواب به صورت $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ و $x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3}$ است که در آن $k \in \mathbb{Z}$ دلخواه است.

(۲) برای حل معادله $\cos x = a$ فرض کنید x که $0 \leq x \leq \pi$ و $\cos x = a$ باشد در این صورت

جواب های معادله $\cos x = a = \cos \varphi$ عبارت است از $x = 2k\pi \pm \varphi$ که $k \in \mathbb{Z}$ دلخواه است

مثال ۲ معادله $\cos x = \frac{1}{2}$ را حل کنید

حل: چون $\cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ پس $\varphi = \frac{\pi}{3}$ بنابرین جواب معادله عبارت است از $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ که در آن $k \in \mathbb{Z}$

(۳) برای حل معادله $\tan x = a$ فرض کنید x زاویه ای باشد و $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ و $\tan x = a$ در این صورت

جواب های معادله $\tan x = a = \tan \varphi$ عبارت است از $x = k\pi + \varphi$ که در آن $k \in \mathbb{Z}$ دلخواه است

مثال ۳ معادله $\tan x = 1$ را حل کنید. حل: چون $\tan(\frac{\pi}{4}) = 1$ پس $\varphi = \frac{\pi}{4}$ بنابرین جواب های معادله عبارت است از $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ که در آن $k \in \mathbb{Z}$ دلخواه است.

(۴) برای حل معادله $\cot x = a$ فرض کنید x زاویه ای باشد و $0 < x < \pi$ و $\cot x = a$

در این صورت معادله $\cot x = a = \cot \varphi$ را بر جواب های $x = k\pi + \varphi$ است که در آن $k \in \mathbb{Z}$ دلخواه است.

مثال ۴ معادله $\cot x = \sqrt{3}$ را حل کنید.

حل: چون $\cot(\frac{\pi}{6}) = \sqrt{3}$ پس $\varphi = \frac{\pi}{6}$ بنابرین جواب های معادله عبارت است از $x = k\pi + \frac{\pi}{6}$ که در آن $k \in \mathbb{Z}$

حالت های خاص: الف) جواب معادله $\sin x = 0$ عبارت است از $x = k\pi$ که در آن $k \in \mathbb{Z}$

پہلے

(ب) جواب معادلہ $\sin x = -1$ عبارت است $x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$ (KEZ)

(ج) جواب معادلہ $\sin x = 1$ عبارت است از $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ (KEZ)

(د) جواب معادلہ $\cos x = 0$ عبارت است از $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ (KEZ)

(ه) جواب معادلہ $\cos x = -1$ عبارت است از $x = 2k\pi + \pi$ (KEZ)

(و) جواب معادلہ $\cos x = 1$ عبارت است از $x = 2k\pi$ (KEZ)

مسئله 15 اگر $\cot x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ آنگاه $\sin x = \frac{\pi}{3}$ یا $\frac{2\pi}{3}$ یا $\frac{4\pi}{3}$ یا $\frac{5\pi}{3}$ $\cot x = -\frac{\sqrt{3}}{3} = -\cot\left(\frac{\pi}{3}\right)$ یا $\frac{\pi}{3}$ یا $\frac{2\pi}{3}$ یا $\frac{4\pi}{3}$ یا $\frac{5\pi}{3}$

یا $\frac{2\pi}{3}$ یا $\frac{4\pi}{3}$ یا $\frac{5\pi}{3}$ $\cot x = \cot\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ یا $\frac{\pi}{3}$ یا $\frac{2\pi}{3}$ یا $\frac{4\pi}{3}$ یا $\frac{5\pi}{3}$ $\cot x = \cot\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ یا $\frac{\pi}{3}$ یا $\frac{2\pi}{3}$ یا $\frac{4\pi}{3}$ یا $\frac{5\pi}{3}$

(KEZ) $x = k\pi - \frac{\pi}{3}$

