



بِنام خدا

تاریخ دوشنبه 1402/6/6

پایان ترم ریاضی عمومی 2 تابستان 1402

مدت امتحان 100 دقیقه

رشته تحصیلی

شماره دانشجویی

نام و نام خانوادگی

1. - رویه های زیر را توصیف کنید. (رسم و نام رویه) (3 نمره)

(الف) $x^2 - y^2 + z^2 - 4x - 2y - 2z + 4 = 0$

(ب) $y^2 + z^2 - x + 2y + 2z + 8 = 0$

2. طول قوس مارپیچ استوانه ای به معادله برداری $\vec{R}(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + t \vec{k}$

از نقطه (0 و 0 و 1) تا نقطه $(\pi, 0, 1)$ را بدست آورید. (2 نمره)

3- شعاع همگرایی و بازه همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3x-2)^n}{3^n n^2}$ را تعیین کنید. (3 نمره)

4- حدهای زیر را در صورت وجود بیابید. (3 نمره)

(الف) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2y}{x^4+y^2}$ (ب) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^3-y^3}{x-y}$

5- حجم جسم سه بعدی که زیر رویه $z = 9 - x^2 - y^2$ و بالای صفحه xy

قرار دارد پیدا کنید. (2.5 نمره)

6- انتگرالهای زیر را حل کنید. (4 نمره)

(الف) $\int_0^4 \int_0^{\sqrt{16-y^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{16} y dz dx dy$ (ب) $\int_0^2 \int_{1+y^2}^5 y e^{(x-1)^2} dx dy$

7- اکستریمهای نسبی تابع زیر را بدست آورید. (2.5 نمره)

$$f(x, y) = x^2 - 2xy + \frac{1}{3}y^3 - 3y$$

موفق باشید.

۱- رویه‌های زیر را توصیف کنید. (اسم و رسم رویه‌ها) (۴نمره)

الف) $x^2 + z^2 - y^2 - 2x + 2y + 4z + 2 = 0$

ب) $z - 5 = \sqrt{x^2 + y^2}$

۲- اکستریم‌های نسبی تابع $f(x,y) = 2y^3 + yx^2 + 5y^2 + x^2$ را بیابید. (۳نمره)

۳- اگر $f(x,y)$ یک تابع باشد و $x = 2rs$ و $y = r^2 + s^2$ آنگاه $\frac{\partial^2 f}{\partial r \partial s}$ را بیابید. (۳نمره)

۴- حدهای زیر را در صورت وجود بیابید. (در صورت عدم وجود حد، دلیل آن را ذکر کنید) (۴نمره)

الف) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^2y}{2x^4 + 5y^2}$

ب) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{-(x^2+y^2)} - 1}{x^2 + y^2}$

۵ الف) معادله دایره بوسان بر منحنی $y = x^3$ در نقطه $(1,1)$ را بیابید. (۲نمره)

ب) طول قوس منحنی $\vec{R}(t) = \cos(t)\vec{i} + \sin(t)\vec{j} + \ln(\cos(t))\vec{k}$ در فاصله

$0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$ را بیابید. (۲نمره)

۶- فاصله میان دو صفحه $10x + 2y - 2z = 5$ و $1 + z - y - 5x = 0$ را بیابید.

(۲نمره)

موفق باشید

۱- انتگرال

$$\iint_R \arctan\left(\frac{y}{x}\right) dA$$

بیابید که $R = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x\}$ است. (۲ نمره)

۲- حجم ناحیه E محدود به سهمی‌وارهای $z = x^2 + y^2$ و $z = 36 - 3x^2 - 3y^2$ را پیدا کنید. (۲ نمره)

۳- انتگرال

$$\iiint_E \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dv$$

را محاسبه کنید که E محصور به کره $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ در یک هشتم اول است. (۲ نمره)

۴- انتگرال خط $\int_C (1 - ye^{-x})dx + (e^{-x})dy$ که C مسیری از $(0,1)$ تا $(1,2)$ است، در نظر بگیرید. (۲ نمره)

الف) نشان دهید انتگرال مستقل از مسیر است.

ب) انتگرال را حساب کنید.

۵- با استفاده از قضیه گرین انتگرال $\int_C \sqrt{1+x^3}dx + 2xydy$ را حساب کنید، که در اینجا C مثلث با رأس‌های $(0,0)$ و $(1,0)$ و $(1,3)$ است. (۲ نمره)

موفق باشید

امتحان میان‌ترم ریاضی ۲ - فنی

مدت امتحان : دو ساعت

نام و نام خانوادگی

شماره دانشجویی

۱ شعاع و بازه همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n (x+1)^n}{\sqrt{n}}$ را بیابید.

۲ سری توانی تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 2x + 2}$ را حول نقطه $x = -1$ به دست آورید.

۳ رویه‌های زیر را توصیف کنید.
i) $4x^2 + y^2 - z^2 - 4x - 2y = 0$
ii) $x + 2z^2 - z + y^2 + y = 0$

۴ نشان دهید که چهار نقطه $A(1, 0, -7)$ $B(0, 2, -3)$ $C(3, 6, 0)$ $D(3, 2, -6)$ روی یک صفحه قرار دارند. معادله صفحه را بیابید.

۵ معادله دایره بوسان بر منحنی $y = x^2 - 2x$ را در نقطه $(1, -1)$ به دست آورید.

۶ بردار یک مماس، بردار یک قائم و مولفه‌های مماس و قائم شتاب را برای منحنی $\vec{r}(t) = \left(\frac{1}{t^2}t^3 - t\right)\vec{i} + t^2\vec{j} + \left(\frac{1}{t^2}t^3 + t\right)\vec{k}$ به ازای $t = 1$ بیابید.

	امتحان پایان ترم ریاضی عمومی ۲ ۱۴۰۳/۳/۲۰ شماره دانشجویی نام و نام خانوادگی	
۵ نمره	۱ اکستریم مطلق تابع $f(x, y) = x^2 y$ روی ناحیه $x^2 + y^2 \leq 6$ به دست آورید.	۱
۵ نمره	۲ حدود زیر را محاسبه کنید. i - $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{x^2 + y^6}$ ii - $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,-1)} \frac{x^3 + 8y^3}{x^2 - 4y^2}$	۲
۵ نمره	۳ اگر $z = f(x^2 + y^2)$ مقدار عبارت $yz_x - xz_y$ را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.	۳
۵ نمره	۴ حجم جسم محدود به استوانه‌های $x^2 + y^2 = 4$ و $x^2 + z^2 = 4$ را بیابید.	۴
۵ نمره	۵ مقدار انتگرال‌های زیر را بیابید. i - $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy dx$ ii - $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} xy dz dy dx$	۵

<< به نام خدا >>

۱- الف) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 4 & 2 \\ 5 & 6 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ آنگاه $\det(A+B)$ را بدست آورید.

(۷۵)

ب) یک سری توانی برای تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+x+\frac{5}{4}}}$ حول $x = -\frac{1}{2}$ را بدست آورید (۱۵ نمره)

۲- همگرایی و نوع آن و یا مگرایی سری $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1-n^2}{1+2n^2} \right)^n$ را تعیین کنید (۱۵ نمره)

۳- یازه همگرایی و شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(n-1)^n}{n^2+1}$ را بدست آورید. (۱۵ نمره)

۴- رویه های زیر را توصیف کنید (نام رویه و رسم رویه)

الف) $x^2 + y^2 - z^2 - 4x - 6y = 1$ ب) $2y^2 + 3z^2 - x + 4y + 12z = 2$

(۲ نمره)

۵- وضعیت دو خط زیر را بررسی کنید. سپس کوتاه ترین فاصله این دو خط را بیابید.

$$L_1: \begin{cases} x = 3t \\ y = 2-t \\ z = 1+2t \end{cases} \quad L_2: \begin{cases} x = 1+3s \\ y = -1+s \\ z = 4+s \end{cases}$$

(۱۱ نمره)

۶- الف) طول قوس منحنی $\vec{R}(t) = \sqrt{2}t\vec{i} + e^t\vec{j} + e^{-t}\vec{k}$ در فاصله $0 \leq t \leq \ln 2$ را بدست آورید. (۷۵)

ب) معادله دایره یوسان به منحنی $y = x^2 + 2x + 1$ در نقطه $x = -1$ بدست آورید. (۷۵)

۷- احنای منحنی $9x^2 + 4y^2 = 36$ در نقطه (۳ و ۰) را بدست آورید. (۱۵ نمره)

موفق باشید

(هر سؤال ۲ نمره دارد)

۱- حد های زیر را در صورت وجود بیابید:

الف) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3(y^2+y^4) - y^3(x^2+x^4)}{x^4+y^4}$

ب) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{5x^2y^4}{3x^2+4y^2}$

۲- اکستریم های مطلق تابع $f(x,y) = x^4 + 2y^3$ روی ناحیه $D = \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 4\}$ را بیابید.

۳- الف) مشتق پذیری تابع $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^4+y^4} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ در نقطه $(0,0)$ را با ذکر دلیل بررسی کنید.

ب) مشتق جهتی تابع $f(x,y)$ در الف) را در نقطه $(0,0)$ و در جهت بردار $\vec{A} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ را بدست آورید.

۴- اشتغال های زیر را محاسبه کنید (روش دلتا)

الف) $\int_0^1 \int_0^1 \sin(x^2) dx dy$

ب) $\int_D \sqrt{y^2+z^2} dD$

که در آن D ناحیه محصور بین صفحه $x=9$ و رویه $x=y^2+z^2$ است.

۵- جرم کره توپ $x^2+y^2+z^2=4$ را بدست آورید که در آن چگالی جرم هر نقطه از آن کره تغییر با تابع $\frac{3}{r}(x^2+y^2+z^2) = c$ متناسب می شود.

۶- اشتغال $\int_A \frac{(x-2y)}{3x-y} dA$ که در آن A ناحیه محصور بین چهار خط $x=2y+4$ و $x=2y$

$y=3x-8$ و $y=3x-1$ است را حساب کنید.

(سوال های دو قسمتی، هر قسمت یک نمره دارد)

موفق باشید
خلای

میان نرم اریتمیت
۱۴۰۴

۱. گذرای و مادرایی سری کی زیر را بررسی کنید ۵/۱۵

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cos \frac{n}{n} \quad \text{ب)} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2n^2 + 2n + 1}{6n^3 + 2} \right)^n \quad \text{الف)}$$

۲. بازه گذرای سری زیر را مشخص کنید ۵/۱۵

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x+2)^n}{n^{2n}}$$

۳. با استفاده از سبک مک لورن، سری یک لورن تابع زیر را بنویسید

$$F(x) = x^2 \cos(2x^2) \quad \text{انز}$$

۴. رویه کی زیر را توصیف کنید (نام رویه را بنویسید و شکل آن را رسم کنید)

$$6x^2 + 3y^2 - 2z^2 + 2z - 1 = 0 \quad \text{الف) ۵/۱۵}$$

$$5z - 10x^2 - 2y^2 + 20x - 15 = 0 \quad \text{ب) ۵/۱۵}$$

۵. معادله صفحه قائم بر منحنی $x = \sin 2t$ و $y = t$ و $z = \cos 2t$

در نقطه (۱، ۱۲، ۵) را بیابید . ۵/۱۵

۶. صفحه ای را مشخص کنید که از مبدأ و خط $x = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{3}$

بگذرد . ۵/۱۵

موفق باشید

به نام خدا

وقت ۹۰ دقیقه

۱۴۰۴/۳/۱۸

آزمون پایان ترم ریاضی ۲ افتی

۱- حجم جسم درون کره $x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 1$ و درون مخروط $z^2 = x^2 + y^2$ را بیابید.

نمره ۵

۲- حدود زیر را بررسی کنید. در صورت وجود آن را بیابید. در صورت عدم وجود آن را

اثبات کنید.

$$F(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin xy}{xy} & xy \neq 0 \\ 1 & xy = 0 \end{cases}$$

اب) $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{x^2 y^2 e^{xy}}{x^4 + y^4} = ?$ الف)

نمره ۱۵

$\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} F(x, y) = ?$

۳- انتگرال زیر را به صورت قطبی بنویسید (با ذکر دلیل)

$$\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^1 \int_{\sqrt{1-x^2}}^x F(x, y) dy dx$$

نمره ۱۵

۴- ابعاد ملکب ستمطبی را بیابید. ما کسب حجم را داشته باشیم و مجموع طول

۱۲ یا ۱۳ مقدار ثابت c باشد. (۱۰) (۵) نمره ۱۵

۵- فرض کنید $z = F(x, y)$ که $x = st$ و $y = \frac{s}{t}$. $\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$ را بیابید.

نمره ۲

۶- $\iint_R y^2 dA$ را محاسبه کنید که R ناحیه محدود به $xy=1$ ، $xy=2$ ،

نمره ۱۵

$xy=1$ و $xy=2$ است.

موفق باشید

برای دیدن برگه های خود در تاریخ ۱۴۰۴/۳/۲۵

ساعت ۱۰ به دفترین مراجعه کنید.