

فیزیک مکانیک

جلسه دوازدهم رفع اشکال و حل تمرین

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم

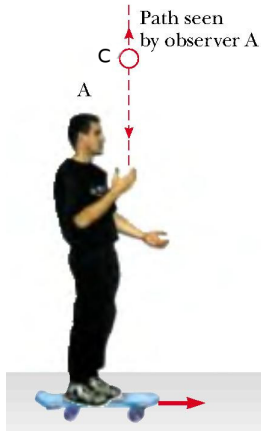


دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در تابستان و پاییز سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
 - خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
- h.shenavar@gmail.com
- از همکاران محترم در دانشگاه صنعتی قوچان که، با تلاش بسیار، امکان ارائه آنلاین این مجموعه درس را فراهم آورده اند، سپاسگزارم.

۱ جلسه دوازدهم رفع اشکال و حل تمرین

پرسش هشتم (حل در منزل، فرصت ۲۴ ساعت)

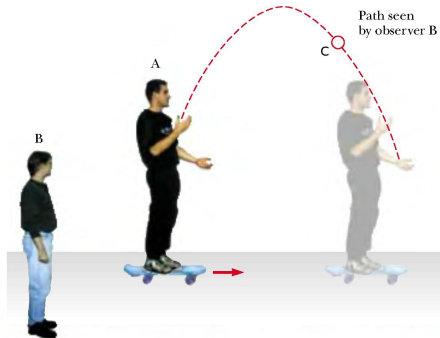


شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

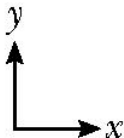
توپ C با سرعت $v_{CA} = (b + 5) \text{ m/s}$ نسبت به ناظر A به سمت بالا پرتاب می شود. همچنین، ناظر A در حال حرکت افقی نسبت به ناظر B با سرعت $v_{AB} = (q + 3) \text{ m/s}$ می باشد.

الف) مقادیر v_{AB} و v_{CA} را برحسب دو رقم آخر شماره دانشجویی خود بنویسید.

ب) بردار سرعت توپ در ابتدای حرکت را نسبت به ناظر B ، یعنی v_{CB} گزارش کنید.
پ) بردار v_{CB} را یک ثانیه پس از پرتاب توپ بیابید.



تمرین



پاسخ الف: فرض کنید $b = 3$ و $a = 2$ ؛ بنابراین داریم:

$$\vec{v}_{CA} = 2\hat{j} \quad \vec{v}_{AB} = 3\hat{i}$$

پاسخ ب:
$$\vec{v}_{CB} = \vec{v}_{CA} + \vec{v}_{AB} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$$

پاسخ پ: از دید ناظر B توپ با سرعت

$$\vec{v}_{CB} (t = 0) = 3\hat{i} + 2\hat{j}$$

پرتاب شده است و بنابراین حرکتی سهموی را طی خواهد کرد. سرعت افقی این توپ همیشه برابر $v_{0x} = 3\hat{i}$ باقی خواهد ماند زیرا هیچ شتابی در جهتی افقی به توپ وارد نمی شود. در جهت عمودی سرعت اولیه برابر است با $2\hat{j}$ ؛ بنابراین سرعت عمودی در یک زمان دلخواه برابر

$$v_y = -gt + v_{0y} = -9.8 \times 1 + 2 = -7.8 \text{ m/s}$$

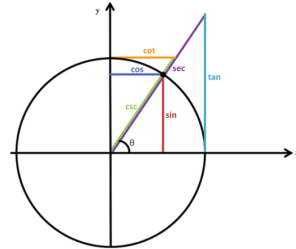
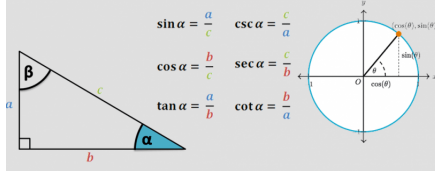
(بردار سرعت عمودی پس از یک ثانیه برای هر دو ناظر همین مقدار را خواهد داشت.) بنابراین بردار سرعت نسبت به ناظر B پس از زمان یک ثانیه برابر است با

$$\vec{v}_{CB} (t = 1 \text{ s}) = 3\hat{i} - 7.8\hat{j}$$

شکل از ویکی.

مروری بر مثلثات

نسبت های مثلثاتی زوایای مهم



	Sin	Cos	Tan	Cot
0	0	1	0	بی نهایت
30	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
90	1	0	بی نهایت	0
180	0	-1	0	بی نهایت
270	-1	0	بی نهایت	0
360	0	1	0	بی نهایت
120	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
150	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$

Function	Period	Domain	Range	Graph
sine	2π	$(-\infty, \infty)$	$[-1, 1]$	
cosine	2π	$(-\infty, \infty)$	$[-1, 1]$	
tangent	π	$x \neq \pi/2 + n\pi$	$(-\infty, \infty)$	

چطور نیروها را تجزیه می کنیم؟

در شکل مقابل داریم:

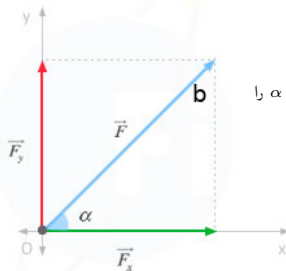
$$\sin \alpha = \frac{F_y}{F}$$

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F}$$

$$\tan \alpha = \frac{F_y}{F_x}$$

$$\cot \alpha = \frac{F_x}{F_y}$$

تمرین: نسبت های مثلثاتی زاویه b را نوشته و ارتباط آنها با نسبت های مثلثاتی زاویه α را توضیح دهید.



چطور نیروها را تجزیه می کنیم؟

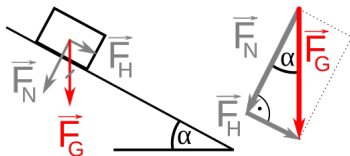
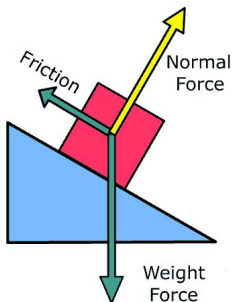
در شکل مقابل نیاز داریم که نیروی وزن را تجزیه کنیم:

$$\sin \alpha = \frac{F_H}{F_G} \Rightarrow F_H = F_G \sin \alpha = mg \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{F_N}{F_G} \Rightarrow F_N = F_G \cos \alpha = mg \cos \alpha$$

در این شکل نیروی وزن را با F_G نشان داده ایم؛

$$F_G = mg$$



تمرین

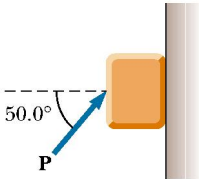
نیروی $P = 100\text{ N}$ با جهت نشان داده شده به جرم $m = 1\text{ kg}$ وارد می شود. جسم ساکن می ماند.

الف: نیروی عمود بر سطح را به دست آورید.

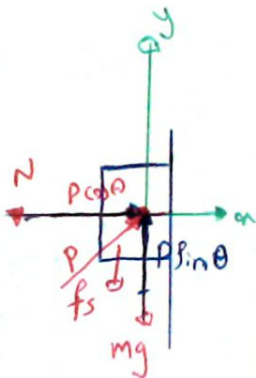
ب: نیروی اصطکاک ایستایی چقدر است؟

پ: اگر جسم در این حالت در آستانه حرکت باشد، ضریب μ_s چقدر است؟
نمودار جسم آزاد فراموش نشود.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.



پاسخ



نیروی $P = 100 \text{ N}$ با جهت نشان داده شده به جرم $m = 1 \text{ kg}$ وارد می شود. جسم ساکن می ماند.

الف: نیروی عمود بر سطح را به دست آورید.

ب: نیروی اصطکاک ایستایی چقدر است؟

پ: اگر جسم در این حالت در آستانه حرکت باشد، ضریب μ_s چقدر است؟

نمودار جسم آزاد فراموش نشود.

نمودار جسم آزاد را رسم می کنیم (به جهت انتخابی محورها دقت کنید). با توجه به قانون دوم نیوتن، و اینکه شتاب جسم صفر است، داریم:

$$\sum F_{i x} = 0 \Rightarrow P \cos \theta - N = 0$$

$$\sum F_{i y} = 0 \Rightarrow P \sin \theta - mg - f_s = 0$$

چرا فرض کرده ایم نیروی اصطکاک جنبشی f_s به سمت پایین است؟
از معادله اول داریم:

$$N = P \cos \theta = 100 \cos 50^\circ = 64.3 \text{ N}$$

از معادله دوم نیز داریم:

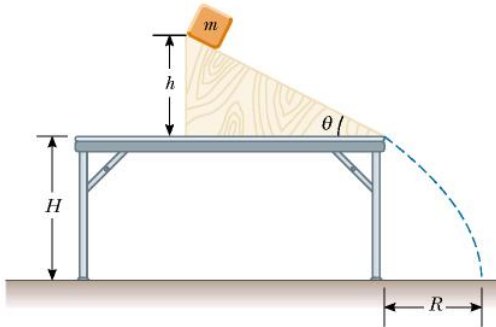
$$f_s = P \sin \theta - mg = 100 \sin 50^\circ - 1 \times 9.8 = 66.8 \text{ N}$$

اگر جسم در این حالت در آستانه حرکت باشد، داریم:

$$f_{s, \max} = \mu_s N \Rightarrow \mu_s = \frac{f_{s, \max}}{N} = \frac{66.8}{64.3} \simeq 1$$

تمرین مروری

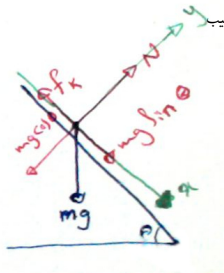
- جسمی به جرم m را از بالای سطح شیب‌داری رها کرده و جسم به پایین می‌لغزد. ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح شیب دار و جسم μ_k می‌باشد. فاصله برخورد جسم با سطح زمین، یعنی R را بر حسب بقیه پارامترهای مساله بیابید.
- شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.



پاسخ- پیدا کردن سرعت اولیه حرکت پرتابی

جسمی به جرم m را از بالای سطح شیب‌داری رها کرده و جسم به پایین می لغزد. ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح شیب دار و جسم μ_k می باشد. فاصله برخورد جسم با سطح زمین، یعنی R را بر حسب بقیه پارامترهای مساله بیابید.

در ابتدا شتاب حرکت جسم بر روی سطح شیب دار را یافته و با استفاده از آن سرعت جسم در انتهای سطح شیب دار را محاسبه می کنیم:



$$\sum F_{i\ x} = ma \quad \Rightarrow \quad mg \sin \theta - f_k = ma$$

$$\sum F_{i\ y} = 0 \quad \Rightarrow \quad N - mg \cos \theta = 0$$

از معادله دوم می توان نیروی عمود بر سطح و بنابراین نیروی اصطکاک جنبشی، را یافت:

$$N = mg \cos \theta \quad \Rightarrow \quad f_k = \mu_k N = \mu_k mg \cos \theta$$

و بنابراین شتاب حرکت بر روی سطح شیب دار به صورت زیر پیدا می شود:

$$a = \frac{mg \sin \theta - f_k}{m} = \frac{mg \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta}{m} = g (\sin \theta - \mu_k \cos \theta)$$

حال می توان سرعت را در انتهای مسیر یافت. فرض کنید که سرعت جسم در بالای سطح شیب دار را با $v'_0 = 0$ و سرعت در پایین سطح شیب دار را با $v_0 = ?$ نشان می دهیم. در این صورت بنا به معادله مستقل از زمان داریم:

$$v_0^2 - v'_0{}^2 = 2ad \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{2dg (\sin \theta - \mu_k \cos \theta)} = \sqrt{2hg (1 - \mu_k \cot \theta)}$$

در اینجا $d = h / \sin \theta$ طول وتر سطح شیب دار است.

پاسخ- پیدا کردن فاصله افقی برخورد با زمین

جسمی به جرم m را از بالای سطح شیبداری رها کرده و جسم به پایین می لغزد. ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح شیب دار و جسم μ_k می باشد. فاصله برخورد جسم با سطح زمین، یعنی R را بر حسب بقیه پارامترهای مساله بیابید.

حال با داشتن سرعت اولیه، می توانیم حرکت پرتابی جسم را بررسی کنیم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0 t \sin \theta + y_0$$

$$x = v_0 t \cos \theta + x_0$$

زمان افتادن جسم از لبه میز به سطح زمین برابر است با:

$$-H = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0 t \sin \theta \Rightarrow gt^2 + 2v_0 t \sin \theta - 2H = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-2v_0 \sin \theta \pm \sqrt{(2v_0 \sin \theta)^2 + 4gH}}{2g}$$

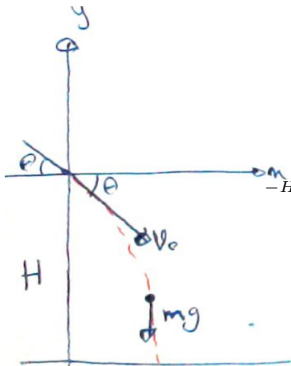
جواب قابل قبول عبارت است از

$$t_1 = \frac{\sqrt{(2v_0 \sin \theta)^2 + 4gH} - 2v_0 \sin \theta}{2g} > 0$$

بنابراین فاصله افقی برخورد عبارت است از:

$$R = v_0 t_1 \cos \theta = \sqrt{2hg(1 - \mu_k \cot \theta)} \frac{\sqrt{(2v_0 \sin \theta)^2 + 4gH} - 2v_0 \sin \theta}{2g} \cos \theta$$

همچنان می توان این عبارت را ساده تر کرد؛ چطور؟!



انرژی

یک آونگ از یک کره به جرم m و طناب نازکی به طول L تشکیل شده است. کره را از حالت سکون رها می کنیم در حالی که زاویه طناب با راستای عمود θ_A می باشد. نقطه آویز بدون اصطکاک فرض می شود.

الف: سرعت کره در پایین ترین نقطه را بیابید. ب: کشش نخ در پایین ترین نقطه چقدر است؟

پاسخ الف: از پایستگی انرژی مکانیکی داریم (چرا مجاز هستیم از پایستگی انرژی استفاده کنیم؟):

$$E_A = E_B \quad \Rightarrow \quad K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$0 - mgL \cos \theta_A = \frac{1}{2} m v_B^2 - mgL$$

(در معادله بالا نقطه صفر انرژی پتانسیل کجاست؟). حال از این معادله داریم:

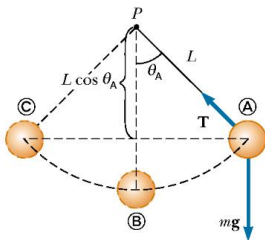
$$v_B = \sqrt{2gL(1 - \cos \theta_A)}$$

کشش نخ:

$$\sum F_r = T_B - mg = ma_r = m \frac{v_B^2}{L}$$

$$T_B = mg + 2mg(1 - \cos \theta_A) = mg(3 - 2 \cos \theta_A)$$

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.



با سیاست از توجه شما،
مراقب سلامت خود و اطرافیان خود
باشید.