



دانشگاه هرمزگان

دانشکده علوم، گروه فیزیک

باسمه تعالی

پاسخنامه آزمون میاترم هماهنگ

نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۹/۰۱

امتحان درس: فیزیک ۱

نام استاد:

نام و نام خانوادگی: شماره دانشجویی: شماره صندلی:

۱- سال نوری (ly) فاصله‌ای است که پرتو نور در یک سال طی می‌کند. مقدار سرعت $1 \frac{m}{s}$ چند سال نوری بر سال $\frac{ly}{year}$ است؟
سرعت نور: $c \approx 3 \times 10^8 m/s$

پاسخ: زمان یک سال عبارت است از $1 year = 365.25 \times 24 \times 60 \times 60 = 31557600 s \Rightarrow 1 s = \frac{1 year}{31557600}$
همچنین یک سال نوری عبارت است از $ly = c \times year \approx 3 \times 10^8 \times 31557600 = 9.46 \times 10^{15} m$
حال از روش زنجیره ای تبدیل واحد داریم

$$1 \frac{m}{s} = \frac{\frac{ly}{year}}{\frac{9.46 \times 10^{15}}{year}} = \frac{\frac{ly}{year}}{\frac{3 \times 10^8 \times 31557600}{year}} = \frac{1}{3 \times 10^8} \frac{ly}{year}$$

۲- انتگرال گیری از حرکت یک بعدی: جسمی بر روی یک خط مستقیم با شتاب $a(t) = 2t - t^{\frac{1}{2}} - 1$ حرکت میکند.
الف) اگر سرعت اولیه $v(t=0) = 4 m/s$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dv = a(t)dt$ سرعت را به عنوان تابعی از زمان $v(t)$ بیابید.
ب) اگر مکان اولیه $x(t=0) = -5 m$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dx = v(t)dt$ مکان را به عنوان تابعی از زمان $x(t)$ تعیین کنید.
راهنمایی: $\int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1}$

پاسخ الف) با استفاده از رابطه $dv = a(t)dt$ داریم:

$$\int dv = \int a(t)dt$$

که با قرار دادن $a(t) = 2t - t^{\frac{1}{2}} - 1$ و شرط اولیه $v(t=0) = 4 m/s$ خواهیم داشت:

$$\int_4^{v(t)} dv = \int_0^t (2t - t^{\frac{1}{2}} - 1) dt$$

با حل انتگرال بالا می‌توان جواب زیر را یافت:

$$[v]_4^{v(t)} = \left[2 \frac{t^{1+1}}{1+1} - \frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - t \right]_0^t = \left[t^2 - \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} - t \right]_0^t$$

$$v(t) - (4) = t^2 - \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} - t - \left(0^2 - \frac{2}{3} \times 0^{\frac{3}{2}} - 0 \right)$$

که با کمی محاسبه در می‌یابیم:

$$v(t) = t^2 - \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} - t + 4$$

پاسخ ب) حال باید از جواب پیدا شده برای سرعت $v(t)$ در قسمت قبل استفاده کرده و مکان را بیابیم. با استفاده از رابطه $dx = v(t)dt$ داریم:

$$\int dx = \int v(t) dt$$

که با قرار دادن $v(t) = t^2 - \frac{2}{3}t^{\frac{2}{3}} - t + 4$ و شرط اولیه $x(t=0) = -5$ m خواهیم داشت:

$$\int_{-5}^{x(t)} dx = \int_0^t \left(t^2 - \frac{2}{3}t^{\frac{2}{3}} - t + 4 \right) dt$$

با حل انتگرال بالا می توان جواب زیر را یافت:

$$[x]_{-5}^{x(t)} = \left[\frac{1}{3+1}t^{3+1} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{\frac{2}{3}+1}t^{\frac{2}{3}+1} - \frac{1}{1+1}t^{1+1} + 4t \right]_0^t = \left[\frac{t^4}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{3}{5}t^{\frac{5}{3}} - \frac{t^2}{2} + 4t \right]_0^t$$

که با کمی محاسبه در می یابیم:

$$x(t) - (-5) = \left[\frac{t^4}{3} - \frac{4}{15}t^{\frac{5}{3}} - \frac{t^2}{2} + 4t \right] - \left[\frac{0^4}{3} - \frac{4}{15} \times 0^{\frac{5}{3}} - \frac{0^2}{2} + 4 \times 0 \right]$$

و یا

$$x(t) = \frac{t^4}{3} - \frac{4}{15}t^{\frac{5}{3}} - \frac{t^2}{2} + 4t - 5$$

توجه: می توانید مقدار شرط اولیه را با استفاده از ثابت انتگرال گیری وارد کنید و جواب باز هم درست خواهد بود:

$$\int dv = \int a(t)dt + C_1 \quad \text{and} \quad \int dx = \int v(t)dt + C_2$$

۳- سقوط آزاد ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$):

در شکل مقابل سنگی با سرعت $v_0 = 20 \text{ m/s}$ به صورت عمودی به سمت بالا پرتاب می شود.

الف) در چه زمانی سنگ به نقطه B می رسد؟

ب) ارتفاع نقطه B (یعنی h) را بیابید.

پ) در چه زمان هایی سنگ از نقاط A و C به ارتفاع $h_0 = 4 \text{ m}$ می گذرد؟

توجه: محور مختصات انتخابی خود را به دقت با رسم شکل نشان دهید.

پاسخ: محورهای مختصات در شکل مقابل مشخص شده اند. با توجه به این محورها می توان معادلات حرکت را به صورت زیر نوشت:

$$v = -gt + v_0 \quad y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0$$

و یا

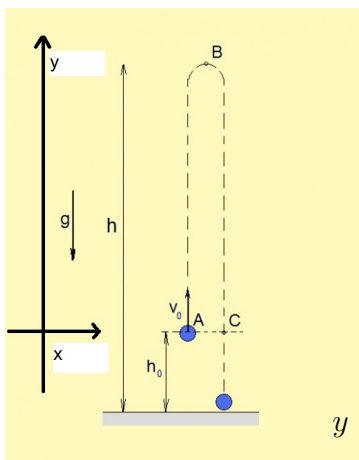
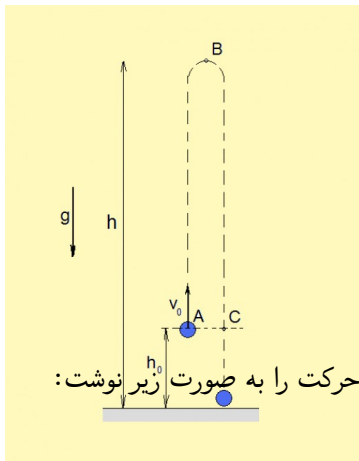
$$v = -9.8t + 20 \quad y = -4.9t^2 + 20t + 0$$

پاسخ الف: سنگ وقتی به نقطه B می رسد که سرعت آن صفر باشد، یعنی

$$0 = -9.8t + 20 \Rightarrow t_B = \frac{20}{9.8} = 2.04 \text{ s}$$

پاسخ ب: وقتی سنگ به نقطه B می رسد، ارتفاع آن برابر است با

$$y = -4.9t_B^2 + 20t_B = -4.9(2.04)^2 + 20(2.04) = 20.4 \text{ m}$$



در نتیجه داریم $h = h_0 + 20/4 = 24/4 \text{ m}$

پ) وقتی سنگ از خط $y = 0$ عبور می کند داریم:

$$y = -4/9t^2 + 20t = t(4/9t + 20) = 0 \Rightarrow t_A = 0 \text{ s}, \quad t_C = 4/0.8 \text{ s}$$

۴- شخص اول جابجایی $\vec{d}_1 = -\hat{i} + \hat{j}$ و شخص دوم جابجایی $\vec{d}_2 = \hat{j} - \hat{k}$ را انجام می دهند.

الف) حاصلضرب داخلی $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2$ و خارجی $\vec{d}_1 \times \vec{d}_2$ برای این دو بردار را بیابید.

ب) زاویه بین این دو بردار را بیابید.

پاسخ الف: فرمول ضرب داخلی دو بردار به صورت مولفه ای:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

بنابراین برای دو بردار داده شده داریم:

$$\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 = -1 \times 0 + 1 \times 1 + 0 \times (-1) = 1$$

فرمول ضرب خارجی دو بردار:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

بنابراین برای دو بردار داده شده داریم:

$$\vec{d}_1 \times \vec{d}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$$

پاسخ ب: اندازه هر بردار در فضای سه بعدی را می توان به صورت زیر به دست آورد:

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

بنابراین برای دو بردار داده شده داریم:

$$|\vec{d}_1| = d_1 = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{2}$$

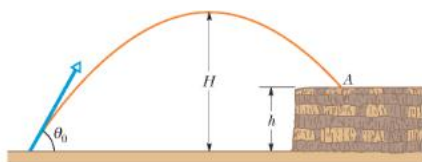
$$|\vec{d}_2| = d_2 = \sqrt{0^2 + 1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

حاصلضرب داخلی دو بردار $\vec{A} \cdot \vec{B}$ برابر است با

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \phi$$

بنابراین می توان نوشت:

$$\cos \phi = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{1}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{2} \quad \phi = \cos^{-1} \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$$



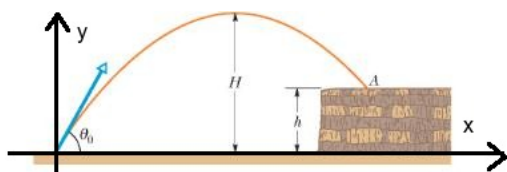
۵- حرکت پرتابی ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$): سنگی را به سمت صخره ای که ارتفاع آن برابر h است، پرتاب کرده ایم. اندازه سرعت اولیه سنگ 42 m/s است و جهت آن زاویه $\theta_0 = 60^\circ$ نسبت به افق دارد. این سنگ ۵/۵ ثانیه پس از پرتاب به نقطه A برخورد میکند.

الف) ارتفاع h صخره را پیدا کنید.

ب) مقدار سرعت سنگ را در لحظه برخورد با نقطه A حساب کنید.

پ) حداکثر ارتفاع H که سنگ در این پرتاب به آن میرسد، چقدر است؟

توجه: محورهای مختصات را به دقت و با رسم شکل تعیین کنید.



پاسخ: محورهای مختصات در شکل مقابل تعیین شده اند.

پاسخ الف: در حرکت پرتابی موقعیت عمودی جسم با رابطه زیر داده می شود:

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \theta_0 + y_0$$

بنابراین می توان ارتفاع تپه را به صورت زیر یافت:

$$y(t) = -\frac{1}{2} \times 9.8 \times (5/5)^2 + 42 \times 5/5 \sin 60^\circ + 0 = 51/8 \text{ m}$$

پاسخ ب: مولفه های افقی و عمودی بردار سرعت به صورت زیر به دست می آیند:

$$v_x(t) = v_{0x} = v_0 \cos \theta_0 = 42 \times \cos 60^\circ = 21 \text{ m/s}$$

$$v_y(t) = -gt + v_0 \sin \theta_0 = -9.8 \times 5/5 + 42 \times \sin 60^\circ = -17/5 \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{21^2 + (-17/5)^2} = 27/3 \text{ m/s}$$

بنابراین مقدار سرعت سنگ برابر است با

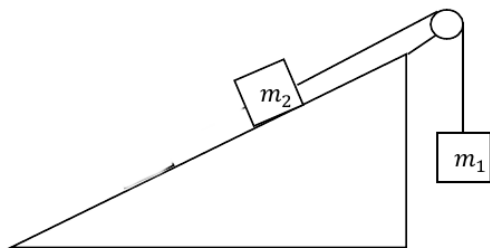
پاسخ پ: در ارتفاع اوج سرعت عمودی سنگ صفر است؛ بنابراین

$$v_y(t) = -gt + v_0 \sin \theta_0 \Rightarrow t_H = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g} = \frac{42 \times \sin 60^\circ}{9.8} = 3/7 \text{ s}$$

در این زمان ارتفاع اوج برابر است با:

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \theta_0 + y_0 = -\frac{1}{2} \times 9.8 \times (3/7)^2 + 42 \times 3/7 \sin 60^\circ + 0 = 67/5 \text{ m}$$

استفاده از فرمول ارتفاع اوج $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$ هم صحیح است.



۶- در شکل مقابل جسم m_1 به سمت پایین در حال حرکت است و جسم m_2 نیز توسط طنابی سبک به آن متصل است. فرض کنید که زاویه سطح شیبدار θ و سطح شیبدار بدون اصطکاک است. همچنین از جرم قرقره صرف نظر کنید. شتاب دستگاه و نیروهای کشش نخ را به دست آورید.

پاسخ: شکل مقابل را در نظر بگیرید. محورهای مختصات را خمیده و در جهت حرکت فرض می کنیم. نمودار جسم آزاد این مساله را در شکل ملاحظه می کنید. برای جسم m_1 بنا به قانون دوم نیوتن داریم:

$$\sum F_y = m_1 a_y \Rightarrow m_1 g - T = m_1 a_y = m_1 a$$

همچنین برای جسم m_2 بنا به قانون دوم نیوتن داریم:

$$\sum F_{x'} = T - m_2 g \sin \theta = m_2 a_{x'} = m_2 a$$

$$\sum F_{y'} = N - m_2 g \cos \theta = m_2 a_{y'} = 0$$

از جمع معادلات اول و دوم شتاب را به دست می آوریم:

$$a = \frac{m_1 - m_2 \sin \theta}{m_1 + m_2} g$$

با قرار دادن این شتاب در معادله اول (و یا دوم) نیز کشش نخ به دست می آید:

$$T = \frac{m_1 m_2 (1 + \sin \theta)}{m_1 + m_2} g$$

بنا به معادله سوم نیز داریم:

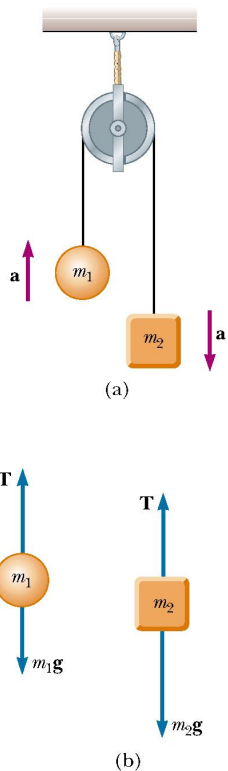
$$N = m_2 g \cos \theta$$

۷- ماشین آتوود: در شکل مقابل فرض کنید $m_2 > m_1$ و سیستم در جهت نشان داده شده در شکل در حال حرکت است. همچنین فرض کنید که قرقره و نخ بدون جرم هستند. الف) شتاب هر یک از دو جسم m_1 و m_2 و ب) کشش نخ را بیابید.

پاسخ: چون $m_2 > m_1$ ، شتاب مجموعه به جهت نشان داده شده در شکل خواهد بود. ما نیز جهت مختصات را در جهت شتاب در نظر می گیریم. همچنین بدون جرم بودن نخ و قرقره باعث می شود که نیروی کشش نخ در سرتاسر آن یکسان باشد. به علاوه، چون نخ خاصیت ارتجاعی ندارد، هر دو جسم به یک اندازه در هر بازه زمانی جابه جا شده و بنابراین شتاب های یکسانی خواهند داشت.

نمودار جسم آزاد را برای هر دو جسم رسم می کنیم. شکل مقابل را ببینید. بنا به قانون دوم نیوتن داریم:

$$m_1 : \quad T - m_1 g = m_1 a$$

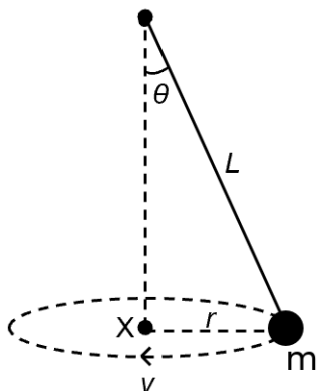


$$m_2 : \Rightarrow m_2 g - T = m_2 a$$

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g \quad \text{بنابراین با جمع دو رابطه اخیر داریم:}$$

کشش نخ:

$$T = m_1(g + a) = m_1\left(g + \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}g\right) = g \frac{2m_2 m_1}{m_2 + m_1}$$



۸- آونگ مخروطی: جسم کوچکی به جرم m از نخ به طول L آویزان است. جسم با سرعت ثابت v حول یک مسیر دایره ای افقی دوران می کند.

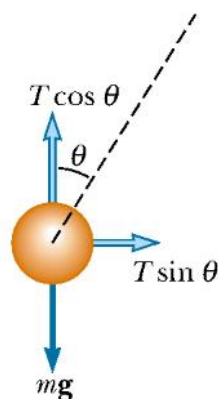
الف) مقدار سرعت v را بر حسب پارامترهای L ، g و θ بیابید.

ب) دوره تناوب این حرکت را بر حسب این پارامترها بیابید.

پاسخ: پاسخ: نمودار جسم آزاد را در شکل زیر می بینید. در راستای عمود هیچگونه حرکتی نداریم؛ بنابراین

شتاب صفر است:

$$T \cos \theta - mg = 0$$



در راستای شعاعی هم، نیروی وارده شده (یعنی $T \sin \theta$) برابر است با حاصلضرب جرم جسم در شتاب

جانب مرکز

$$T \sin \theta = ma_r = m \frac{v^2}{r}$$

باید کشش نخ را از این دو معادله حذف کنیم، چون مقدار آن را نمیدانیم:

$$\tan \theta = \frac{T \sin \theta}{T \cos \theta} = \frac{v^2}{rg}$$

$$v = \sqrt{rg \tan \theta}$$

بنابراین:

از طرفی داریم:

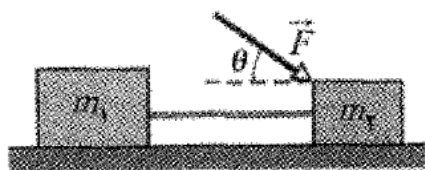
$$\sin \theta = \frac{r}{L} \Rightarrow r = L \sin \theta$$

$$v = \sqrt{Lg \sin \theta \tan \theta}$$

بنابراین:

از اینجا می توان دوره تناوب را به دست آورد:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi L \sin \theta}{\sqrt{Lg \sin \theta \tan \theta}} = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \theta}{g}}$$



۹- در شکل زیر، قطعه ۱ به جرم $m_1 = 2 \text{ kg}$ و قطعه ۲ به جرم $m_2 = 1 \text{ kg}$ به وسیله

ریسمانی با جرم ناچیز به هم متصل شده اند. قطعه m_2 توسط نیروی به بزرگی $F = 60 \text{ N}$ در

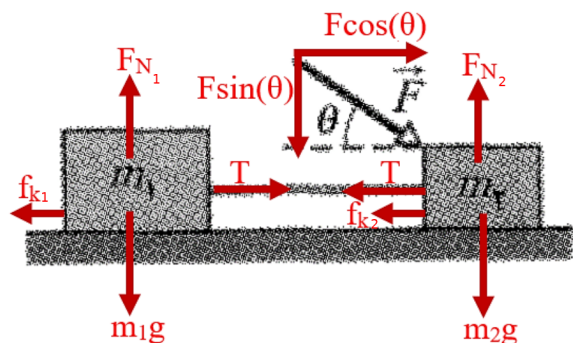
زاویه $\theta = 30^\circ$ هل داده میشود. ضریب اصطکاک جنبشی میان هر قطعه و سطح افقی $\mu_k = 0.2$

است.

الف) شتاب مجموعه چقدر است؟

ب) کشش ریسمان چقدر است؟

توجه: $g = 9.8 \text{ m/s}$



پاسخ: نمودار جسم آزاد در شکل مقابل رسم شده است. جهت محور x را در جهت حرکت فرض کرده و جهت محور y نیز عمودی و به سمت بالاست. حالا قانون

دوم نیوتن را برای جسم m_1 می نویسیم.

$$\sum F_x = T - f_{k1} = m_1 a_x = m_1 a \quad *$$

$$\sum F_y = f_{N1} - m_1 g = m_1 a_{y'} = 0 \Rightarrow f_{N1} = m_1 g \Rightarrow f_{k1} = \mu_k f_{N1} = \mu_k m_1 g$$

همچنین برای جسم m_2 داریم:

$$\sum F_x = F \cos \theta - T - f_{k2} = m_2 a_x = m_2 a \quad **$$

$$\sum F_y = f_{N2} - F \sin \theta - m_2 g = m_2 a_{y'} = 0 \Rightarrow f_{N2} = F \sin \theta + m_2 g \Rightarrow f_{k2} = \mu_k f_{N2} = \mu_k (F \sin \theta + m_2 g)$$

حالا با جمع معادلات حرکت در جهت x می توان شتاب مجموعه را یافت:

$$a = \frac{F \cos \theta - \mu_k (m_1 + m_2) g - \mu_k F \sin \theta}{m_1 + m_2} = 13.4 \text{ m/s}^2$$

$$T = m_1 a + \mu_k m_1 g = 30.6 \text{ N}$$

کشش نخ نیز برابر است با

پیروز باشید
گروه فیزیک