

مبانی گرانش نیوتنی مبانی گرانش اینشتین

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



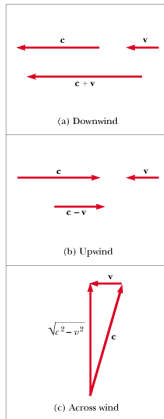
دانشگاه هرمزگان

- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
h.shenavar@gmail.com
- از همکاران و دانشجویان محترم در دانشگاه هرمزگان، برای همفکری ها، حمایت ها و گوشزد نمودن نکات مفید سپاسگزارم.
- برای ضبط این درس ها از نرم افزار Camtasia استفاده شده است.

● ۱ مبانی گرانش اینشتین

- اصول نسبیت عام
- شواهد تجربی برای درستی نسبیت عام

اصول نظریه نسبیت خاص اینشتین



در سال ۱۹۰۵، اینشتین برای حل تناقض های بین مکانیک کلاسیک و الکترومغناطیس ماکسول نظریه نسبیت خاص خود را بنا نهاد. اصول نظریه نسبیت خاص به صورت زیر بیان می شوند:

اصل نسبیت اینشتین: قوانین فیزیک در تمام دستگاه های لخت یکسان هستند. هیچ دستگاه لخت مرجعی وجود ندارد.

اصل ثبات سرعت نور: در فضای تهی مقدار سرعت نور در تمام دستگاه های لخت یکسان و برابر c است.

در ابتدا به نظر می رسد اصل نسبیت با اصل ثبات سرعت نور در تضاد است؛ زیرا بنا به مکانیک کلاسیک انتظار داریم که سرعت نور در دستگاه های مختلف متفاوت باشد. برای رفع این مشکل، اینشتین

مفهوم همزمانی پدیده ها را تغییر داد و نسبیت همزمانی را بنیان نهاد.

پروژه اندازه گیری بازه های مکانی را بازتعریف کرد.

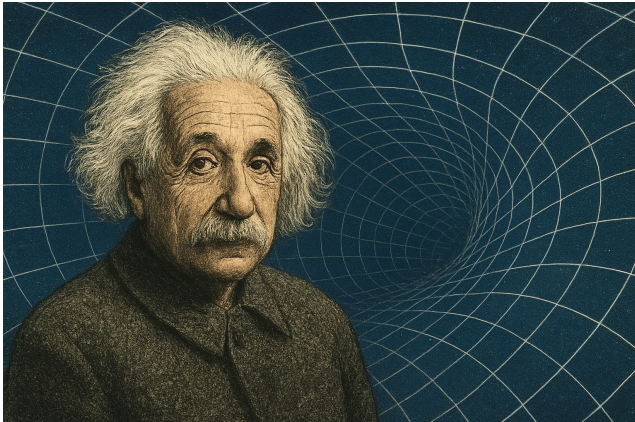
در نتیجه تبدیلات جدیدی (تبدیلات لورنتس به جای تبدیلات گالیله) را معرفی کرد.

بنیان های نظری و تجربی نظریه نسبیت خاص را می توانید در درس های من بیابید. در نسبیت عام، اینشتین فرض کرد که شکل قوانین فیزیک در تمام دستگاه ها باید

یکسان باشد. در این جلسه با بنیان های نظری نسبیت عام آشنا خواهیم شد.

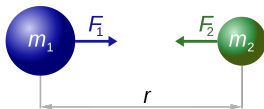
نظریه نسبیتی گرانش

- در سال ۱۹۰۷ اینشتین تلاش کرد نظریه گرانش را در چارچوب نسبیت خاص معرفی کند. ولی به زودی متوجه شد که چنین کاری چندان آسان نیست. در نتیجه این تلاش ها اینشتین در نهایت معادلات میدان گرانشی (معادلات نسبیت عام) خود را در سال ۱۹۱۵ معرفی کرد.
- این نظریه بر فضای خمیده تعریف می شود و بر اصل هم ارزی و اصل هم وردایی عام استوار است.



روش های اندازه گیری

- جرم یک ویژگی ذاتی (و بنابراین مستقل از محیط) جسم است.
- جرم کمیتی اسکالر است در حالی که وزن کمیتی برداری است. این دو را از هم تفکیک کنید.
- به چند روش می توان جرم را اندازه گرفت که یکی از آنها ترازو (استفاده از قوانین تعادل استاتیکی) است.
- روش دیگر اندازه گیری جرم: فرض کنید که نیروی مشخص F به جرم استاندارد m_s وارد می شود و باعث شتاب a_s می شود. در این صورت، اگر اعمال نیروی F به یک جرم مجهول m_x باعث شتاب معلوم a_x شود، داریم $m_x = m_s \frac{a_s}{a_x}$ $\Rightarrow m_s a_s = m_x a_x \Rightarrow F = F$ این جرم را جرم اینرسی می نامند چون در طرف اینرسی قانون دوم نیوتن $F = ma$ قرار دارد.
- نوع دیگر اندازه گیری جرم، استفاده از میدان گرانشی است. مثلاً فرض کنید جرم های m_s و m_x را در میدان گرانشی زمین $g = GM_E/R_E^2$ قرار داده و وزن های $W_s = m_s g$ و $W_x = m_x g$ را برای آنها اندازه گرفته ایم. در این صورت داریم: $m_x = m_s \frac{W_x}{W_s}$ این نوع جرم را جرم گرانشی می نامند.

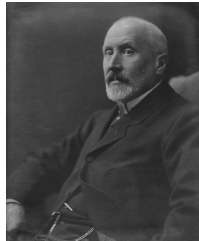
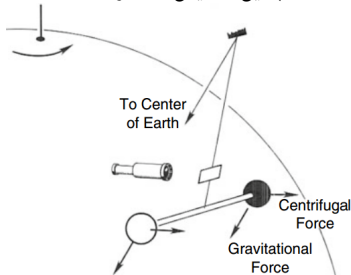


$$F_1 = F_2 = G \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$

آیا جرم لختی m_i و جرم گرانشی m_g با هم برابر هستند؟

جرم لختی و جرم گرانشی

- نیوتن اولین کسی بود که برابری جرم لختی و گرانشی را بررسی کرد. برای اینکار او آونگ هایی با جرم های مختلف را بررسی کرده و دوره تناوب آنها را اندازه گرفت. می توان نشان داد که دوره تناوب آونگ به نسبت جرم لختی و گرانشی بستگی دارد. در نتیجه این آزمایش ها نیوتن نتیجه گرفت که اختلاف این دو نوع جرم کمتر از یک هزارم (یک بخش در 10^3) است.
- در سال ۱۹۰۹ اِتووش (Lorand Eotvos) برای اولین بار برابری جرم لختی و گرانشی را به صورت دقیق به بوته آزمایش نهاد. برای اینکار او دقت ترازوی پیچشی را به مراتب افزایش داد و در نتیجه گزارش داد که تفاوت این دو نوع جرم از یک بخش در 10^9 کمتر است.
- بعدها دیکه (Dicke) و برگینسکی (Braginsky) ۱۹۷۲ این آزمایش را بهبود داد و به دقت 10^{11} و 10^{12} رسیدند.



هم ارزی جرم لختی و گرانشی

بیان اول اصل هم ارزی: جرم لختی با جرم گرانشی برابر است.

در مکانیک نیوتنی (دینامیک و گرانش) هیچ شاهی برای این پرسش وجود ندارد که چرا جرم لختی و گرانشی با هم برابر هستند. در این نظریه باید هم ارزی این دو نوع جرم را به صورت یک "اتفاق خارق العاده" در نظر گرفت.

ولی هم ارزی این دو نوع جرم به صورت طبیعی در نظریه نسبیت عام اینشتین ظاهر می شود.

اینشتین: "من در دفتر ثبت اختراع در برن نشسته بودم که ناگهان فکری به ذهنم رسید: اگر فردی در حال سقوط آزاد باشد، او وزن خود را احساس نخواهد کرد. این نتیجه برای من تکان دهنده بود. این آزمایش ذهنی ساده تاثیر عمیقی بر من گذاشت و من را به سوی نظریه گرانش رهنمون ساخت."



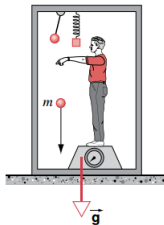
هم ارزی جرم لختی و گرانشی

- به بیان ساده، فردی را در یک اتاقک در حال سقوط آزاد و فرد دیگری را در اتاقک دیگری در فضای بین ستاره ای (با گرانش بسیار ضعیف) در نظر بگیرید. نتیجه آزمایش ذهنی اینشتین این است که هیچ آزمایش فیزیکی که محدود به اتاقک باشد، نمی تواند تفاوت بین این دو وضعیت را تشخیص دهد.



هم ارزی جرم لختی و گرانشی

- آزمایش ذهنی اینشتین را می توان به صورت دیگری نیز بیان کرد: فرض کنید که فرد در اتاقک خود بر روی زمین در حال "سکون" قرار دارد و مشاهده می کند که توپی با شتاب $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ سقوط می کند. همچنین او یک آونگ ساده را مشاهده کرده و دوره تناوب آن را به صورت $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ اندازه گیری می کند. به علاوه او اندازه تغییر طول فنر، در اثر آویزان شدن جرم m ، را به مقدار $\Delta x = mg/k$ اندازه گیری می کند. این موارد همه نتایج ساده ترین آزمایش های مکانیکی بر روی زمین هستند. حال فرض کنید که اتاقک مشابهی بخشی از یک موشک است که با شتاب $a = 9.8 \text{ m/s}^2$ در حال حرکت است. در این اتاقک نیز همه آزمایش های مورد اشاره در بالا، همان نتایج را خواهند داشت. یعنی توپ با شتاب 9.8 m/s^2 سقوط می کند، دوره تناوب آونگ ساده برابر $T = 2\pi\sqrt{L/a}$ می باشد و غیره.



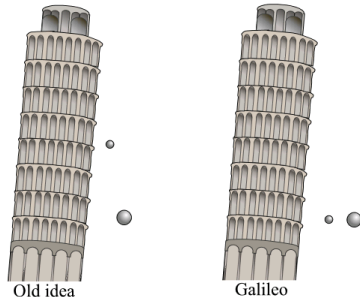
- بیان دوم اصل هم ارزی: نتایج آزمایش های فیزیکی در یک سیستم لخت بدون شتاب و یک سیستم در حال سقوط آزاد یکسان است.

اصل هم ارزی

در مکانیک نیوتنی و همچنین نسبیت عام، می توان به راحتی دید که در نتیجه اصل هم ارزی جرم لختی و گرانشی، جرم ذره از طرفین معادلات حرکت در میدان گرانشی حذف می شود (چنین نظریه هایی را هندسی می نامند). بنابراین، معادلات حرکت در این دو نظریه مستقل از جرم هستند. به عبارت دیگر همه ذرات در میدان گرانشی (با فرض عدم وجود نیروهای دیگر) با شتاب برابری سقوط خواهند کرد.

بیان سوم اصل هم ارزی: همه ذرات در میدان گرانشی با شتاب یکسانی سقوط می کنند.

پرسش: آزمایش گالیله در برج کج پیزا احتمالاً هیچگاه رخ نداده است. چرا؟!

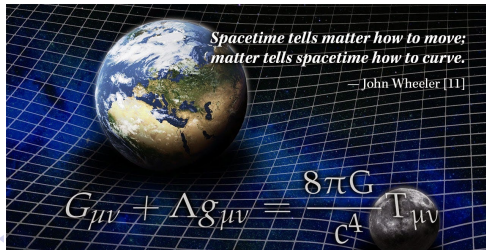


Old idea

Galileo

اصل نسبیت عمومی

- در حالی که نسبیت خاص به بررسی مکانیک سیستم ها در دستگاه های لخت اختصاص دارد، اینشتین نسبیت عام را به صورتی معرفی کرد که برای همه دستگاه ها (لخت، شتابدار با شتاب ثابت و هر نوع شتابی!) درست باشد. به زبان ساده، بنا به اصل دوم نسبیت عام:
- اصل هموردایی: شکل قوانین فیزیک برای همه ناظرها (در کلی ترین حالت) یکسان است.
- می توان نشان داد که برای توصیف درست چنین ساختاری باید از تانسورها استفاده کرد. با مفهوم تانسور در درس های ریاضی فیزیک، نسبیت، گرانش و ... آشنا خواهید شد.
- در مکانیک نیوتنی، گرانش نیرویی است که بین دو ذره عمل می کند. ولی در نتیجه نظریه نسبیت عام، گرانش عملاً همان انحناى فضا زمان است. به بیان ویلر "فضا زمان به ماده می گوید چگونه حرکت کند؛ ماده به فضا زمان می گوید چگونه خمیده شود."

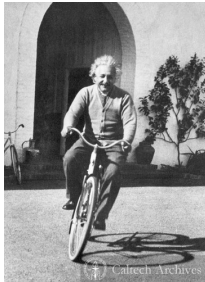


اصل نسبیت عمومی

وقتی اصول مورد نظر اینشتین در فضای غیراقلیدسی به زبان ریاضیاتی بیان می شوند، نهایتاً به معادلات میدان اینشتین می رسیم. شکل کامل معادلات میدان اینشتین را در زیر می بینید. این معادلات شامل ده معادله دیفرانسیل جفت شده مرتبه دوم غیرخطی هستند که چهار معادله آن قید می باشند.

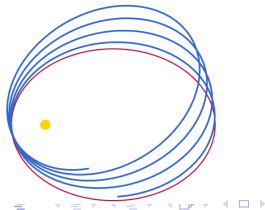
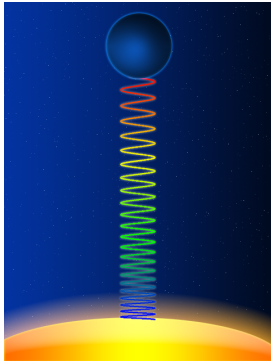
لطفا وحشت نکنید! در واقع بخش عمده یادگیری نسبیت عام شامل این نکته اساسی است که چطور فیزیک و تقارن مسائل را به زبان ریاضیاتی وارد این دسته معادلات کرده و معادله و یا معادلات بسیار ساده تری بسازیم.

در ادامه با شواهد تجربی درستی نسبیت عام آشنا خواهیم شد.

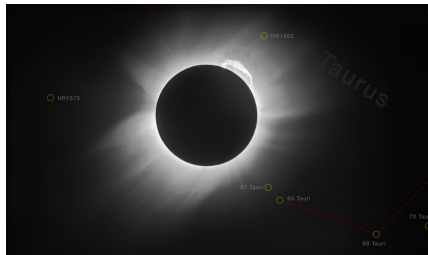


$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \partial_\mu g_{\beta\nu} + \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \partial_\nu g_{\mu\beta} - \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \partial_\beta g_{\mu\nu} - \frac{3}{2} g^{\alpha\beta} \partial_\mu \partial_\nu g_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g^{\beta\lambda} g^{\alpha\rho} \partial_\alpha g_{\rho\lambda} \partial_\mu g_{\beta\nu} \\ & - \frac{1}{2} g^{\beta\lambda} g^{\alpha\rho} \partial_\alpha g_{\rho\lambda} \partial_\nu g_{\mu\beta} + \frac{1}{4} g^{\beta\lambda} g^{\alpha\rho} \partial_\nu g_{\alpha\lambda} \partial_\mu g_{\rho\beta} + \frac{1}{4 |g|} g^{\alpha\beta} \partial_\beta |g| \partial_\nu g_{\mu\alpha} - \frac{1}{4 |g|} g^{\alpha\beta} \partial_\beta |g| \partial_\alpha g_{\mu\nu} \\ & - \frac{1}{4 |g|} g^{\alpha\beta} \partial_\beta |g| \partial_\mu g_{\alpha\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \end{aligned}$$

شواهد درستی نظریه اینشتین



- در سال ۱۹۱۹ ادینگتون موفق شد که خورشید گرفتگی کامل را در آفریقا مشاهده کرده و یکی از پیش بینی های نسبیت عام (انحراف نور در میدان گرانشی خورشید) را تایید کند. آزمون های کلاسیک نسبیت عام به صورت زیرند:
- ۱ جابجایی حضيض عطارد
- ۲ انحراف نور در میدان گرانشی
- ۳ انتقال به قرمز نور در میدان گرانشی.
- البته آزمون های مدرن تر نسبیت عام اینشتین بسیار دقیق تر هستند که به آنها نیز اشاره خواهیم کرد.

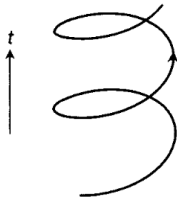


جابجایی حضیض عطارد

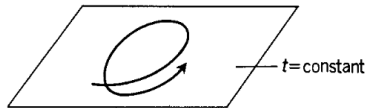
سیاره عطارد در نزدیک‌ترین مدار به خورشید قرار دارد. طبق قوانین کپلر و نیوتن، مدار عطارد یک بیضی است که خورشید در یکی از کانون‌ها قرار دارد.

اما این بیضی کاملاً ثابت نمی‌ماند. نیروهای گرانشی سایر سیارات (به‌ویژه زهره، زمین و مشتری) بر عطارد اثر می‌گذارند و باعث می‌شوند که خط واصل حضیض و اوج مدار (یعنی نزدیک‌ترین و دورترین نقطه مدار نسبت به خورشید) به تدریج دوران کند. به این پدیده جابجایی حضیض (Precession of Perihelion) می‌گویند.

محاسبات نیوتنی نشان می‌دهد که تقریباً ۵۳۱ ثانیه قوسی در هر قرن از این جابجایی، ناشی از اثرات گرانشی سایر سیارات است. وقتی منجمان قرن ۱۹ میلادی این اثر را با استفاده از مکانیک نیوتنی محاسبه کردند، مشاهده کردند که یک اختلاف وجود دارد: مقدار واقعی ۵۷۴ ثانیه قوسی در هر قرن بود، اما محاسبات نیوتنی تنها ۵۳۱ ثانیه قوسی را توضیح می‌داد.



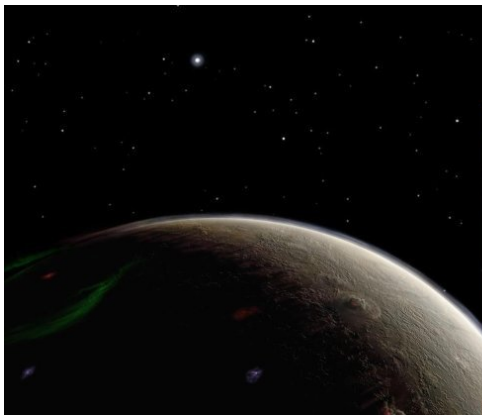
(a)



(b)

جابجایی حضيض عطارد

- این اختلاف ۴۳ ثانیه قوسی در قرن را نمی‌شد با سیارات یا هر عامل دیگری توجیه کرد. در واقع تا مدتی حتی فرض شد که سیاره ای به نام ولکان (سیاره محل تولد آقای اسپاک در سفر ستاره!) وجود دارد که به خورشید بسیار نزدیک است و باعث این جابجایی حضيض عطارد شده است.
- منجمان بسیاری تلاش کردند این سیاره را رصد کنند، ولی موفق نشدند.



جابجایی حضيض عطارد

- اینجاست که نظریه نسبیت عام اینشتین (۱۹۱۵) وارد می‌شود. طبق نسبیت عام، جرم خورشید فضا-زمان اطراف خود را خم می‌کند و حرکت عطارد نه فقط تحت گرانش نیوتنی بلکه تحت این خمیدگی فضا-زمان صورت می‌گیرد.
- محاسبات اینشتین دقیقاً همین اختلاف ۴۳ ثانیه قوسی در قرن را توضیح داد. این یکی از اولین شواهد تجربی بزرگ برای درستی نظریه نسبیت عام بود.
- چند جابجایی حضيض دیگر را در جدول زیر می‌بینید.

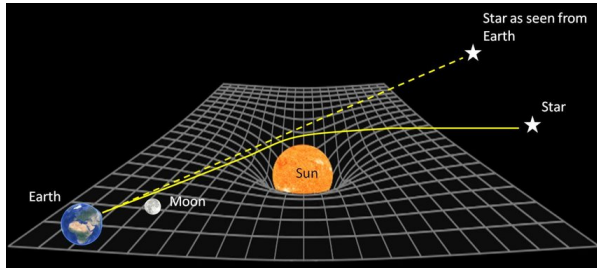
Planet	GR prediction	Observed
Mercury	43.0	43.1 ± 0.5
Venus	8.6	8.4 ± 4.8
Earth	3.8	5.0 ± 1.2
Icarus	10.3	9.8 ± 0.8

انحراف نور در میدان گرانشی

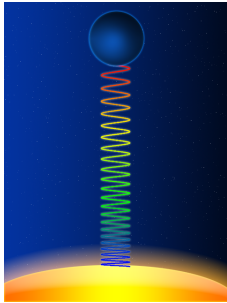
در نسبیت عام اینشتین، حضور جرم و انرژی باعث می‌شود هندسه‌ی فضا-زمان تغییر کند و مسیر حرکت ذرات و حتی نور (که بدون جرم است) از این هندسه پیروی کند. وقتی نوری از نزدیکی یک جرم بزرگ (مثلاً خورشید یا سیاه‌چاله) عبور می‌کند، مسیر آن خم می‌شود. این پدیده را انحراف یا خمیدگی نور می‌نامند. زاویه‌ی انحراف نور (برای یک جرم کروی مثل خورشید) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta\phi = \frac{4GM}{c^2 b}$$

که در آن b را پارامتر برخورد می‌نامند. این پیش بینی در سال ۱۹۱۹ توسط گروه ادینگتون تایید شد.



انتقال به قرمز نور در میدان گرانشی

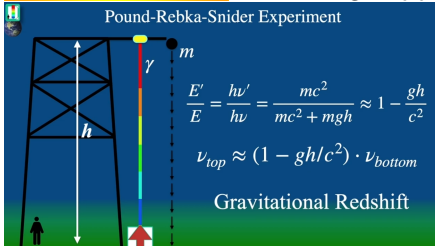


در نظریه‌ی نسبیت عام، میدان گرانشی نه تنها بر مسیر نور اثر می‌گذارد (خمیدگی نور)، بلکه بر فرکانس و طول موج نور نیز تأثیر دارد. این پدیده به نام انتقال به سرخ گرانشی (Gravitational Redshift) شناخته می‌شود.

انتقال به سرخ گرانشی برای اولین بار در آزمایش پاند و ربکا (Pound – Rebka, ۱۹۶۰) روی زمین به‌طور مستقیم اندازه‌گیری شد. این پدیده نقش مهمی در اخترفیزیک دارد، به ویژه:

۱ مشاهده‌ی طیف نور ستاره‌های نوترونی یا کوتوله‌های سفید

۲ درک اثرات نزدیک افق رویداد سیاه‌چاله‌ها
۳ اصلاح ساعت‌های اتمی در سیستم‌های GPS



آزمون های جدیدتر نسبیت عام

• برخی آزمون های جدیدتر نسبیت عام عبارتند از

- ۱ تأخیر زمانی شاپیرو
- ۲ کشش چارچوب (frame dragging)
- ۳ پدیده ی لنز گرانشی ضعیف و قوی
- ۴ مشاهده سیاهچاله ها
- ۵ پدیده های کیهان شناختی
- (مدل بیگ بنگ، تشکیل ساختار و ...)



نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید مبانی گرانش اینشتین را به درستی توضیح دهید. به ویژه انتظار می رود که بتوانید پرسش های زیر را پاسخ دهید:

۱. درباره اصول موضوعه نسبیت خاص تحقیق کنید.

۲. درباره اصل هم ارزی تحقیق کنید.

۳. درباره اصل هموردایی عام تحقیق کنید.

۴. درباره اصل ماخ (Mach Principle) و تاثیر آن بر اینشتین تحقیق کنید.

۵. درباره هندسه غیر اقلیدسی (هندسه در فضا های خمیده) و کاربردهای آن تحقیق کنید.

۶. درباره هندسه ریمانی تحقیق کنید.

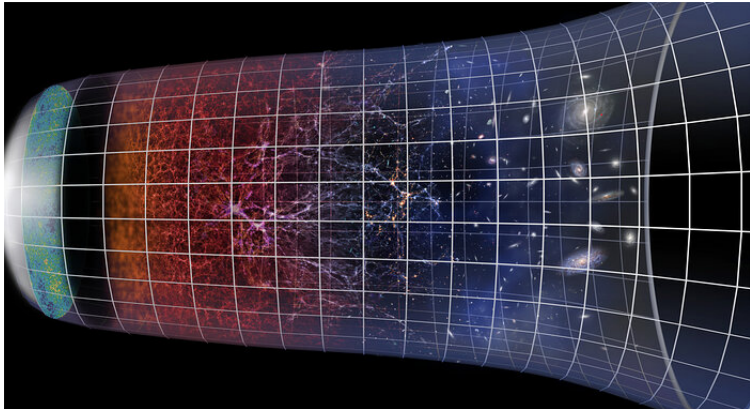
اگر درباره هر کدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای درک و ” درونی سازی ” مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوالات زیر محک زده و تقویت کنید.



مبحث بعدی: مسائل کیهان شناسی مدرن

- در جلسه بعد درباره مسائل باز کیهان شناسی مدرن بحث خواهیم کرد.



منابع

- ❶ Halliday, David, Robert Resnick, and Jearl Walker; Fundamentals of physics, 10th edn. John Wiley & Sons, 2014.
- ❷ Halliday, D., R. Resnick, and K. S. Krane. "Physics, 5th edn." (2002).
- ❸ Ohanian, Hans C., and John T. Markert. Physics for engineers and scientists, 3th edn. 2007.
- ❹ Young, Hugh D., Roger A. Freedman, and Albert Lewis Ford. Sears and Zeman-sky's university physics, 13th edn. Pearson education, 2006.

با سپاس از توجه شما

