

فیزیک مکانیک

جلسه دهم رفع اشکال و حل تمرین

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم

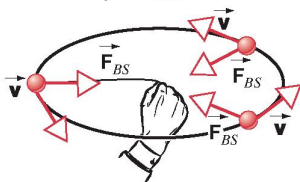
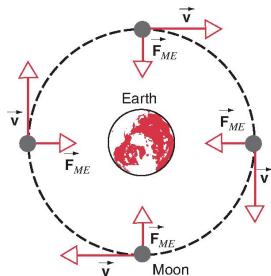


دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در تابستان و پاییز سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
 - خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
- h.shenavar@gmail.com
- از همکاران محترم در دانشگاه صنعتی قوچان که، با تلاش بسیار، امکان ارائه آنلاین این مجموعه درس را فراهم آورده اند، سپاسگزارم.

۱ جلسه دهم رفع اشکال و حل تمرین

یادآوری: ویژگی های اصلی حرکت دایره ای با تندی ثابت



شکل ها از فیزیک هالیدی،
ویرایش پنجم.

بسیاری از حرکت های روزمره (مخصوصا در آزمایشگاه و صنعت) با تقریب خوبی به صورت دایره ای با تندی ثابت انجام می شوند. این یکی دیگر از مثال های حرکت در صفحه است. در این حرکت:

جهت بردار سرعت تغییر می کند (شکل ها را ببینید) ولی اندازه بردار سرعت ثابت است؛ یعنی $|\vec{v}| = cte$

اگر حرکت مذکور بر روی دایره ای به شعاع r و دوره تناوب T انجام پذیرد، آنگاه اندازه سرعت لحظه ای در هر نقطه از مسیر حرکت برابر است با (چرا؟):

$$|\vec{v}| = v = \frac{2\pi r}{T}$$

همچنین، اندازه شتاب مرکزگرا در حرکت دایره ای با تندی ثابت برابر است با:

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

جهت شتاب مرکزگرا تغییر می کند و همیشه به سمت مرکز دایره است. شکل ها را ببینید. شتاب مماسی در این نوع حرکت برابر صفر است. درباره تفاوت شتاب شعاعی (مرکزگرا) و مماسی در ادامه صحبت خواهیم کرد.

حاصلضرب جرم جسم در شتاب مرکزگرای آن را نیروی مرکزگرا می نامند ($m a_r$). هر نیروی جانب مرکزی می تواند باعث شتاب مرکزگرا شود. مثلاً گرانش نیوتنی بین دو جرم، نیروی جاذبه بین الکترون و پروتون، نیروی کشش نخ و ...

از طرف دیگر، چیزی به نام نیروی مرکزگریز (و یا گریز از مرکز) وجود ندارد! این کمیت ها در اثر استفاده از دستگاه های نالخت ظاهر می شوند و بهتر است نیروی مجازی خوانده شوند. بحث حرکت نسبی را ببینید.

یادآوری: شتاب مماسی a_t و شتاب شعاعی (مرکزگرا) a_r

شتاب هر حرکت دو بعدی را می توان به دو مولفه مرکزگرا a_r (شعاعی radial) و مماسی a_t (tangential) تجزیه کرد:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

شکل بالا را ببینید.

شتاب مرکزگرا، تغییر در جهت بردار سرعت را توصیف می کند:

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

شتاب مرکزگرا a_r بر جهت حرکت عمود است.

شتاب مماسی، تغییر در اندازه بردار سرعت را توصیف می کند:

$$a_t = \frac{d|v|}{dt}$$

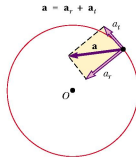
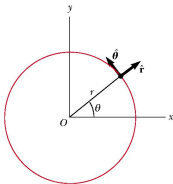
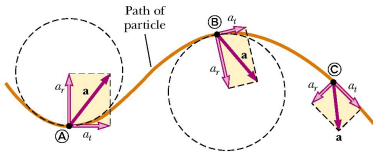
شتاب مماسی a_t در جهت حرکت است.

نوشتن شتاب ها در دستگاه مختصات قطبی (با استفاده از بردارهای یکه قطبی):

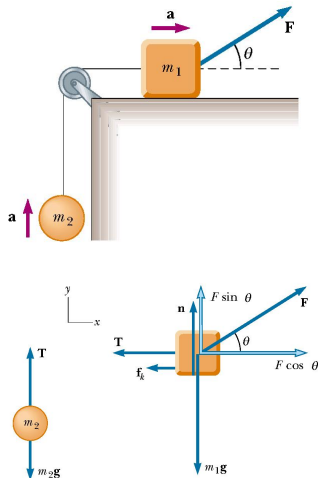
$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t = -\frac{v^2}{r} \hat{r} + \frac{d|v|}{dt} \hat{\theta}$$

شکل پایین را ببینید.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.



استراتژی کلی برای به کار بردن قوانین نیوتن



شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش دهم.

مساله را به درستی و با دقت مطالعه کنید. با مطالعه دقیق مساله، تعیین کنید که چه اطلاعاتی داده شده اند و چه کمیت هایی از شما خواسته شده اند. اگر هیچ ایده ای برای حل مساله ندارید، کتاب (مخصوصا مثال های متن درس) را مجدداً مطالعه کنید.

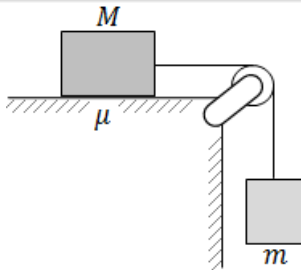
سیستم (جسم) کلیدی مساله کدام است؟ معمولاً سیستم کلیدی مساله جسمی است که پارامترهای خواسته شده به آن مربوط می شوند.

دو جور شکل بکشید. یکی نمودار کلی مساله و دیگری نمودار جسم آزاد. نمودار جسم آزاد نموداری است که جسم مورد نظر مساله را بدون هیچ گونه اتصالی به دنیای اطراف نشان می دهد. اثر محیط اطراف توسط بردارهای نیرو در نمودار جسم آزاد مشخص می شود.

محورها را عاقلانه رسم کنید. معمولاً بهتر است که یکی از محورها در جهت (ترجیحی) حرکت انتخاب شود.

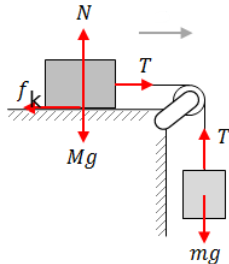
شما تئوری پایه ای مکانیک را به خوبی میدانید؛ قسمت عمده این تئوری در صفحه قبل خلاصه شده است!!! ولی برای حل موفقیت آمیز مسائل، باید این نظریه را در عمل نیز بیاموزید. یکی از راههای بهتر آموختن و درونی سازی هر تئوری علمی، حل مسائل مربوط به تئوری است. بنابراین در حل تمرین ها کوشا باشید.

تمرین ۱



- در شکل روبرو جسم m به سمت پایین حرکت می کند. شتاب مجموعه و کشش نخ را بیابید.
- شکل از *ambrsoft*.

پاسخ تمرین ۱



در شکل روبرو جسم m به سمت پایین حرکت می کند. شتاب مجموعه و کشش نخ را بیابید.

پاسخ: جهت مثبت محور مختصات را در جهت حرکت فرض می کنیم. همچنین، نمودار جسم آزاد را مانند شکل مقابل رسم می کنیم. دقت کنید که جهت نیروی اصطکاک جنبشی در خلاف جهت حرکت است. بنا به قانون دوم نیوتن داریم:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

یعنی برای جسم M می توان نوشت:

$$\sum F_{ix} = Ma_x \Rightarrow T - f_k = Ma_x$$

$$\sum F_{iy} = Ma_y \Rightarrow N - Mg = Ma_y = 0$$

از معادله دوم می توان نیروی عمود بر سطح، و بنابراین نیروی اصطکاک جنبشی، را یافت:

$$N = Mg \Rightarrow f_k = \mu_k N = \mu_k Mg$$

برای جسم دوم نیز بنا به قانون دوم نیوتن داریم:

شتاب جسم دوم یعنی a با شتاب جسم اول در جهت x یعنی a_x باید برابر باشد: $a_x = a$
با جمع دو معادله شامل T داریم:

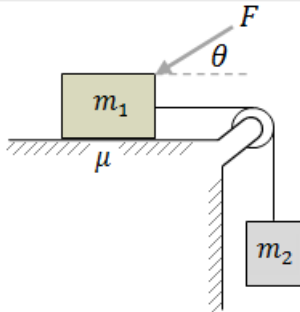
$$mg - \mu_k Mg = (M + m)a \Rightarrow a = \frac{m - \mu_k M}{m + M}g$$

همچنین می توان کشش نخ را یافت:

$$T = mg - ma = mg \left(1 - \frac{m - \mu_k M}{m + M} \right)$$

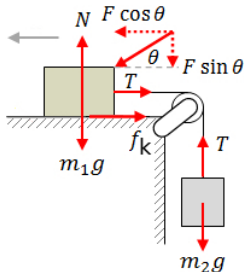
$$T = mg \frac{m + M - m + \mu_k M}{m + M} = \frac{Mmg}{m + M} (1 + \mu_k)$$

تمرین ۲



- نیروی F مطابق شکل روی m_1 وارد می شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی برابر μ_k باشد و جسم m_1 به سمت چپ حرکت کند شتاب مجموعه و کشش نخ را بیابید.
- شکل از *ambrsoft*.

پاسخ تمرین ۲



نیروی F مطابق شکل روبرو به جسم m_1 وارد می شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی برابر μ_k باشد و جسم m_1 به سمت چپ حرکت کند شتاب مجموعه و کشش نخ را بیابید.

پاسخ: جهت مثبت محور مختصات را در جهت حرکت فرض می کنیم. همچنین، نمودار جسم آزاد را مانند شکل مقابل رسم می کنیم. دقت کنید که جهت نیروی اصطکاک جنبشی در خلاف جهت حرکت است. بنا به قانون دوم نیوتن داریم:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

یعنی برای جسم m_1 می توان نوشت:

$$\sum F_{ix} = ma_x \Rightarrow F \cos \theta - T - f_k = m_1 a_x$$

$$\sum F_{iy} = ma_y \Rightarrow N - F \sin \theta - m_1 g = m_1 a_y = 0$$

از معادله دوم می توان نیروی عمود بر سطح، و بنابراین نیروی اصطکاک جنبشی، را یافت:

$$N = F \sin \theta + m_1 g \Rightarrow f_k = \mu_k N = \mu_k (F \sin \theta + m_1 g)$$

برای جسم دوم نیز بنا به قانون دوم نیوتن داریم:

$$T - m_2 g = m_2 a$$

شتاب جسم دوم یعنی a با شتاب جسم اول در جهت x یعنی a_x باید برابر باشد: $a_x = a$
با نوشتن دو معادله شامل T داریم:

$$F \cos \theta - T - \mu_k (F \sin \theta + m_1 g) = m_1 a$$

$$T - m_2 g = m_2 a$$

پاسخ تمرین ۲

نیروی F مطابق شکل روبرو به جسم m_1 وارد می شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی برابر μ_k باشد و جسم m_1 به سمت چپ حرکت کند شتاب مجموعه و کشش نخ را بیابید.

با جمع کردن دو معادله اخیر یعنی

$$F \cos \theta - T - \mu_k (F \sin \theta + m_1 g) = m_1 a$$

$$T - m_2 g = m_2 a$$

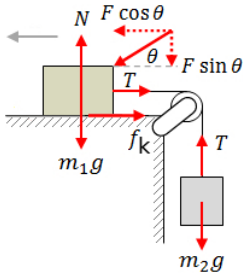
می توان T را حذف کرده و شتاب را یافت:

$$a = \frac{(\cos \theta - \mu_k \sin \theta) F - g (m_1 \mu_k + m_2)}{m_1 + m_2}$$

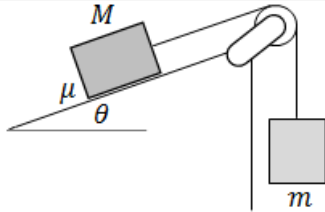
همچنین، پس از پیدا کردن شتاب، از معادله دوم می توان کشش نخ T را به دست آورد:

$$T - m_2 g = m_2 a \quad \Rightarrow \quad T = m_2 g + m_2 a$$

$$T = m_2 \frac{(\cos \theta - \mu_k \sin \theta) F - g m_1 (\mu_k - 1)}{m_1 + m_2}$$



تمرین ۳



- در شکل روبرو جسم m به سمت پایین حرکت می کند. شتاب مجموعه و کشش نخ را بیابید.
- شکل از *ambrsoft*.

پاسخ تمرین ۳

در شکل روبرو جسم m به سمت پایین حرکت می کند. شتاب مجموعه و کشش نخ را بیابید.

پاسخ: جهت مثبت محور مختصات را در جهت حرکت فرض می کنیم. همچنین، نمودار جسم آزاد را مانند شکل مقابل رسم می کنیم. دقت کنید که جهت نیروی اصطکاک جنبشی در خلاف جهت حرکت است. بنا به قانون دوم نیوتن داریم:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

یعنی برای جسم M می توان نوشت:

$$\sum F_{ix} = Ma_x \Rightarrow T - f_k - Mg \sin \theta = Ma_x$$

$$\sum F_{iy} = Ma_y \Rightarrow N - Mg \cos \theta = Ma_y = 0$$

از معادله دوم می توان نیروی عمود بر سطح، و بنابراین نیروی اصطکاک جنبشی، را یافت:

$$N = Mg \cos \theta \Rightarrow f_k = \mu_k N = \mu_k Mg \cos \theta$$

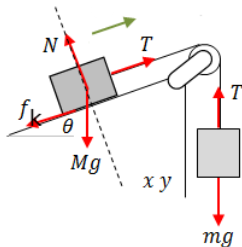
برای جسم دوم نیز بنا به قانون دوم نیوتن داریم:

$$mg - T = ma$$

شتاب جسم دوم یعنی a با شتاب جسم اول در جهت x یعنی a_x باید برابر باشد: $a_x = a$
با نوشتن دو معادله شامل T داریم:

$$T - \mu_k Mg \cos \theta - Mg \sin \theta = Ma$$

$$mg - T = ma$$



پاسخ تمرین ۳

در شکل روبرو جسم m به سمت پایین حرکت می کند. شتاب مجموعه و کشش نخ را بیابید.

پاسخ (ادامه) : با نوشتن دو معادله شامل T داریم:

$$T - \mu_k Mg \cos \theta - Mg \sin \theta = Ma$$

$$mg - T = ma$$

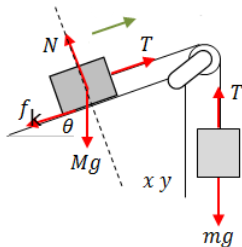
با جمع طرفین این دو معادله، شتاب به دست می آید:

$$a = g \frac{m - \mu_k M \cos \theta - M \sin \theta}{M + m}$$

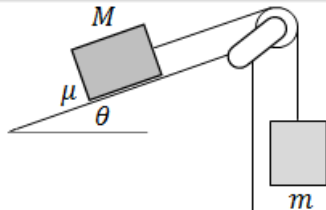
و البته از هرکدام از دو معادله بالا می توان کشش نخ را یافت:

$$mg - T = ma \quad \Rightarrow \quad T = mg - ma$$

$$T = mg \left(1 - \frac{m - \mu_k M \cos \theta - M \sin \theta}{M + m} \right) = \dots?$$

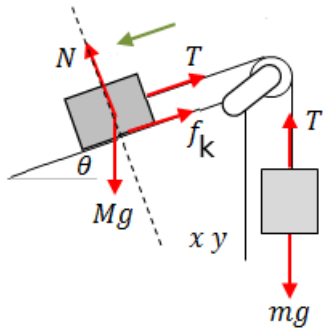


تمرین ۴



در شکل روبرو جسم m به سمت بالا حرکت می کند. شتاب مجموعه و کشش نخ را بیابید.

شکل از *ambrsoft*.



با سیاست از توجه شما،
مراقب سلامت خود و اطرافیان خود
باشید.