

# فیزیک الکتریسته و مغناطیس

## نهمین جلسه حل تمرین

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

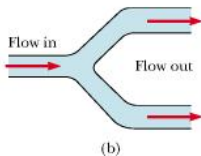
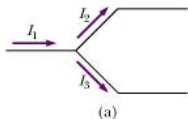
- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در بهار ۱۴۰۰ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
  - خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
- [h.shenavar@gmail.com](mailto:h.shenavar@gmail.com)
- از همکاران محترم در دانشگاه صنعتی قوچان که با تلاش بسیار امکان ارائه آنلاین این مجموعه درس را فراهم آورده اند، سپاسگزارم.

## نهمین جلسه حل تمرین

### یادآوری از مدار و قوانین کیرشهوف



# قوانین کیرشهوف



شکل از مبانی فیزیک.

- Kirchhoff's current law: KCL
- Kirchhoff's voltage law: KVL

قانون اول کیرشهوف: جمع جبری جریان های ورودی و خروجی به یک گره، در هر لحظه، برابر صفر است.  
این قانون نتیجه ای از پایداری بار الکتریکی است:

$$\sum_j q_j = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \sum_j q_j = 0 \Rightarrow \sum_j i_j = 0$$

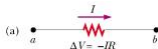
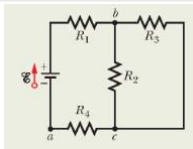
مثلا در شکل بالا داریم:  $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

قانون دوم کیرشهوف: جمع جبری اختلاف پتانسیل ها در یک حلقه بسته برابر صفر است.  
قانون دوم کیرشهوف نتیجه پایداری انرژی است:

$$\sum_j dW_j = 0 \Rightarrow \sum_j dq V_j = 0 \Rightarrow \sum_j V_j = 0$$

برای فهم و استفاده درست از قوانین کیرشهوف باید مفاهیمی مانند گره، حلقه، شاخه و ... را بهتر بشناسیم و بعضی قراردادهای مشخص در نوشتن این قوانین را رعایت کنیم.

# مفاهیم و قراردادهای استفاده از قوانین کیرشهوف



شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

گره: محل اتصال دو یا چند شاخه است. مثل نقاط  $b$  و  $c$  در شکل مقابل.

حلقه: هر مسیر بسته در مدار را یک حلقه می نامیم. مثل مسیر  $abca$  در شکل مقابل.

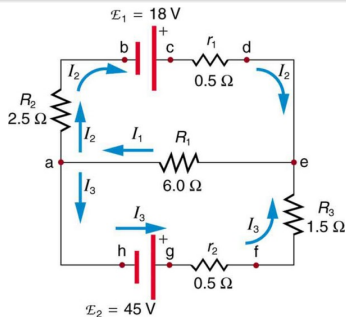
قرارداد اول: در حالت کلی، جریان از شاخه ای به شاخه دیگر تغییر خواهد کرد. بنابراین، در هر شاخه مدار جهت مشخصی را برای جریان در نظر بگیرید. جهت انتخاب شده هیچ تاثیری در جواب نهایی نخواهد داشت؛ اگر مقدار جریان منفی به دست آمد به این معنی است که جهت اصلی در خلاف جهت انتخابی است؛ هر چند مقدار به دست آمده برای جریان در هر صورت درست خواهد بود.

قرارداد دوم: اگر در جهت جریان از مقاومت عبور کردید، در قانون دوم کیرشهوف به اندازه  $-iR$  پتانسیل را کاهش دهید. اگر در خلاف جهت جریان از مقاومت عبور کردید، در قانون دوم کیرشهوف به اندازه  $+iR$  پتانسیل را افزایش دهید. شکل های  $(a)$  و  $(b)$  را ببینید.

قرارداد سوم: اگر از سر منفی به سر مثبت باتری عبور کردید، در قانون دوم کیرشهوف پتانسیل را به اندازه  $\mathcal{E}$  افزایش و در غیر این صورت کاهش دهید. شکل های  $(c)$  و  $(d)$  را ببینید. دقت کنید که این قرارداد به جهت جریان ربطی ندارد! چرا؟

تعداد معادلات فراهم شده توسط قوانین کیرشهوف همیشه برابر با تعداد مجهولات مساله خواهد بود. بنابراین، در انتها باید یک دستگاه چند معادله-چند مجهول را حل کنیم.

# مثال اول از حل مدار



شکل از [courses.lumenlearning.com](https://courses.lumenlearning.com)

با حل دستگاه اخیر خواهیم داشت:

$$I_2 = 8.75 \text{ A} \quad \text{and} \quad I_3 = -3.75 \text{ A}$$

و همچنین

$$I_1 = I_2 + I_3 = 5 \text{ A}$$

مقدار و جهت جریان در هر کدام از شاخه های مدار را بیابید.

قانون جریان کیرشهوف:

$$KCL \Rightarrow I_1 = I_2 + I_3$$

قانون ولتاژ کیرشهوف برای حلقه بالایی و پایینی:

$$KVL \Rightarrow \cancel{V_e} - I_1 R_1 - I_2 R_2 + 18 - I_2 r_1 = \cancel{V_e}$$

$$KVL \Rightarrow \cancel{V_a} + 45 - I_3 R_3 - I_3 R_2 - I_1 R_1 = \cancel{V_a}$$

سه معادله و سه مجهول (مجهولات: جریان های ۱ تا ۳) داریم. برای حل مدار، مقدار جریان  $I_1$  را از معادله اول در دو معادله بعدی قرار می دهیم:

$$-(I_2 + I_3) R_1 - I_2 R_2 + 18 - I_2 r_1 = 0$$

$$+45 - I_3 R_3 - I_3 R_2 - (I_2 + I_3) R_1 = 0$$

حالا دو معادله و دو مجهول (مجهولات: جریان های ۲ و ۳) داریم:

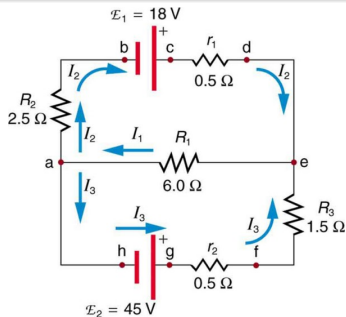
$$\begin{cases} +18 = I_2 (R_2 + r_1 + R_1) + I_3 R_1 \\ +45 = I_2 R_1 + I_3 (R_2 + R_3 + R_1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} +18 = 9I_2 + 6I_3 \\ +45 = 6I_2 + 8I_3 \end{cases}$$

و یا

باید دستگاه معادله بالا را به یکی از روش های حذفی و یا دترمینان حل کنیم.

## تمرین



در تمرین قبل، الف) توان تولیدی توسط باتری ها و مصرف شده در مقاومت های  $R_1$  و  $R_2$  را بیابید.

ب) اختلاف پتانسیل بین نقاط  $a$  و  $e$ ، یعنی

$$V_a - V_e$$

را بیابید.

شکل از [courses.lumenlearning.com](https://courses.lumenlearning.com)

# مثال دوم از حل مدار

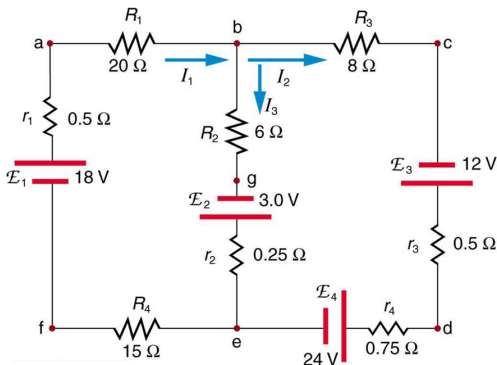
الف) مقدار و جهت جریان در هر کدام از شاخه های مدار را بیابید. همچنین، توان تولیدی توسط باتری ها و مصرف شده در مقاومت های  $R_1$  و  $R_2$  را بیابید.



ب) اختلاف پتانسیل بین نقاط  $b$  و  $e$ ، یعنی

$$V_b - V_e$$

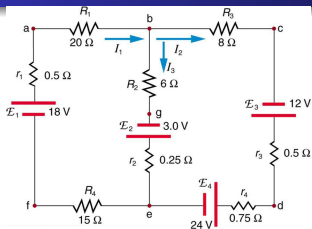
را بیابید.



شکل از [courses.lumenlearning.com](https://courses.lumenlearning.com)



## پاسخ



شکل از

courses.lumenlearning.com

با حل دستگاه اخیر خواهیم داشت:

$$I_1 = 0.38 \text{ A}$$

$$I_2 = -0.81 \text{ A}$$

$$I_3 = 1.19 \text{ A}$$

علامت منفی در دومی نشان می دهد  
که جهت واقعی جریان  $I_2$  عکس  
جهت فرض شده است.

قانون جریان کیرشهوف:

$$KCL \Rightarrow I_1 = I_2 + I_3$$

قانون ولتاژ کیرشهوف برای حلقه های سمت چپ و راست:

$$KVL \Rightarrow \cancel{V_e} - I_1 R_4 + 18 - I_1 r_1 - I_1 R_1 - I_3 R_2 + 3 - I_3 r_2 = \cancel{V_e}$$

$$KVL \Rightarrow \cancel{V_b} - I_2 R_3 + 12 - I_2 r_3 - I_2 r_4 - 24 + I_3 r_2 - 3 + I_3 R_2 = \cancel{V_b}$$

سه معادله و سه مجهول (مجهولات: جریان های ۱ تا ۳) داریم

$$\begin{cases} +I_1 = I_2 + I_3 \\ +21 = I_1 (R_4 + r_1 + R_1) + I_3 (R_2 + r_2) \\ +15 = -I_2 (R_3 + r_3 + r_4) + I_3 (R_2 + r_2) \end{cases}$$

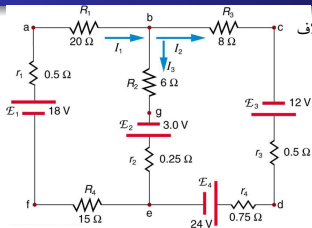
$$\begin{cases} +I_1 = I_2 + I_3 \\ +21 = 35.5 I_1 + 6.25 I_3 \\ +15 = -9.25 I_2 + 6.25 I_3 \end{cases}$$

و یا

برای حل مدار، مقدار جریان  $I_3$  را از معادله اول در دو معادله بعدی قرار می دهیم. در نتیجه دو معادله و دو مجهول (مجهولات: جریان های ۱ و ۲) خواهیم داشت. حال جریان دوم را از یکی از معادلات پیدا کرده و وارد معادله دیگر می کنیم.

روش دیگر برای حل دستگاه می تواند استفاده از دترمینان (روش کرامر) باشد.

## پاسخ



توان تولیدی توسط هرکدام از باتری ها از رابطه  $P = IV$  به دست می آید که  $V$  اختلاف پتانسیل دو سر باتری است و  $I$  جریان در آن شاخه مدار است. بنابراین:

$$P_{E_1} = I_1 E_1 = 18 \times 0.38 = 6.84 \text{ W}$$

$$P_{E_2} = I_3 E_2 = 3 \times 1.19 = 3.57 \text{ W}$$

$$P_{E_3} = I_2 E_3 = 12 \times 0.81 = 9.72 \text{ W}$$

$$P_{E_4} = I_2 E_4 = 24 \times 0.81 = 19.44 \text{ W}$$

توان مصرفی در هرکدام از مقاومت ها از رابطه  $P = I^2 R$  به دست می آید که  $R$  مقاومت قطعه است و  $I$  جریان در آن شاخه مدار است.

$$P_{R_1} = I_1^2 R_1 = (0.38)^2 \times 20 = 2.8 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = I_3^2 R_2 = (1.19)^2 \times 6 = 8.5 \text{ W}$$

ب) اختلاف پتانسیل بین نقاط  $e$  و  $b$

$$V_b - I_3 R_2 + 3 - I_3 r_2 = V_e$$

بنابراین

$$V_b - V_e = I_3 R_2 - 3 + I_3 r_2$$

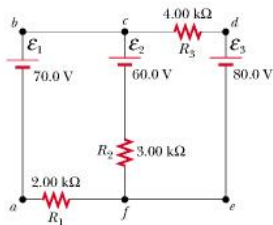
$$V_b - V_e = 1.19 \times 6 - 3 + 1.19 \times 0.25 = 4.4 \text{ V}$$

شکل از

[courses.lumenlearning.com](https://courses.lumenlearning.com)

# مثال سوم از حل مدار

حل مدار:

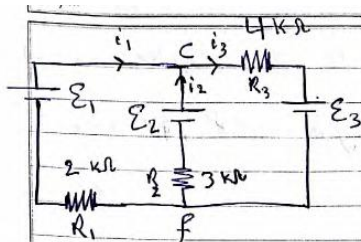


(الف) جریان را در هر سه شاخه مدار بیابید.

(ب) توان های تولید شده ( و یا ذخیره شده ) در باتری ها و مصرف شده در مقاومت ها را یافته و پایداری انرژی را نشان دهید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

## پاسخ



$$\mathcal{E}_1 = 70.0 \text{ V} \quad (\text{افت})$$

$$\mathcal{E}_2 = 60.0 \text{ V}$$

$$\mathcal{E}_3 = 80.0 \text{ V}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i_1 + i_2 = i_3 \quad : \text{KCL} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -i_1 R_1 + \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + i_2 R_2 = 0 \\ -i_2 R_2 + \mathcal{E}_2 - i_3 R_3 - \mathcal{E}_3 = 0 \end{array} \right\} \text{KVL}$$

$i_3$  را از معادله اول در دو طرفه علامت گذاری می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} -i_1 R_1 + i_2 R_2 = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i_2 R_2 + (i_1 + i_2) R_3 = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 \rightarrow (R_2 + R_3)i_2 + i_1 R_3 = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 \end{array} \right.$$

## پاسخ

$$\begin{cases} -2000 i_1 + 3000 i_2 = 60 - 80 \end{cases}$$

$$(3000 + 4000) i_2 + 4000 i_1 = 600 - 80$$

$$\begin{cases} (-2 i_1 + 3 i_2 = -10 \times 10^{-3}) \times 2 \end{cases}$$

$$7 i_2 + 4 i_1 = -20 \times 10^{-3}$$

طین را به اول را در 2  
ضرب کن تا  $i_1$  حذف شود

$$\begin{cases} -4 i_1 + 6 i_2 = -20 \times 10^{-3} \end{cases}$$

$$4 i_1 + 7 i_2 = -20 \times 10^{-3}$$

$$13 i_2 = -40 \times 10^{-3} \rightarrow i_2 = \frac{-40}{13} \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$i_2 = -3.08 \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$i_1 = \frac{3 i_2 + 10 \times 10^{-3}}{2} = 3.85 \times 10^{-4} \text{ A}$$

$$i_3 = i_1 + i_2 = -2.69 \times 10^{-3} \text{ A}$$

Pasha

## پاسخ

$$P_{\varepsilon_1} = \varepsilon_1 I_1 = \quad (ب)$$

$$= 70 \times 3.85 \times 10^{-4} = 0.027 \text{ W}$$

$$V_f - i_2 R_2 + \varepsilon_2 = V_c \quad (ج)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow V_f - V_c &= i_2 R_2 - \varepsilon_2 \\ &= (-3.08 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^3) - 60 \\ &= -69.24 \text{ V} \end{aligned}$$

(د ادامه ب)

$$\begin{aligned} P_{R_2} &= i_2^2 R_2 = \\ &= (3.08 \times 10^{-3})^2 \times 3 \times 10^3 \\ &= 0.028 \text{ W} \end{aligned}$$

با سپاس از توجه شما،  
مراقب سلامت خود و اطرافیان خود  
باشید.