

فیزیک الکتریسیته و مغناطیس

هفتمین جلسه حل تمرین

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



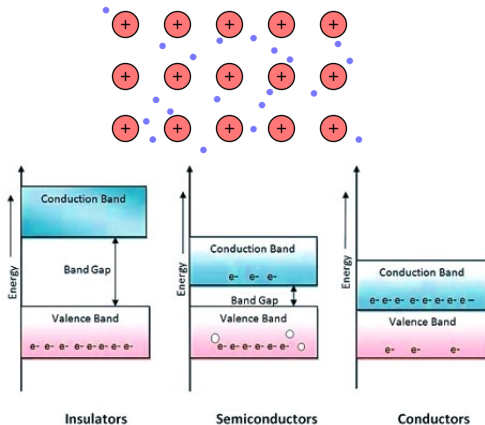
دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در بهار ۱۴۰۰ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
 - خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
- h.shenavar@gmail.com
- از همکاران محترم در دانشگاه صنعتی قوچان که با تلاش بسیار امکان ارائه آنلاین این مجموعه درس را فراهم آورده اند، سپاسگزارم.

هفتمین جلسه حل تمرین

- یادآوری ویژگی های الکتریکی مواد
- یادآوری از خازن و ظرفیت

یادآوری



شکل از qsstudy.com .

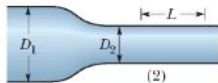
۱ تفاوت در ویژگی های الکتریکی مواد مختلف مربوط به اختلاف در ساختار ریز مقیاس آنهاست.

۲ میدان خارجی باعث جابه جایی بار در رساناها می شود.

۳ جریان الکتریکی: $i = \frac{dq}{dt}$

۴ چگالی جریان الکتریکی: $i = \int \vec{j} \cdot d\vec{A}$

تمرین



شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

جریان و شدت جریان:

در شکل مقابل جریانی به صورت یکنواخت از کابل عبور میکند. همچنین داریم: $D_1 = 3/5 D_2$ (الف) اگر جریان ورودی از سمت راست برابر i باشد، جریان خروجی از سمت چپ چقدر است؟ چرا؟ (ب) چگالی جریان J در سمت راست چند برابر چگالی جریان در سمت چپ است؟

پاسخ الف) اگر جریان ورودی از سمت راست برابر i باشد، آنگاه جریان خروجی از سمت چپ نیز برابر i می باشد زیرا پایداری بار باید در هر حالت برقرار باشد (بار تولید نمی شود و از بین نمی رود.)

پاسخ ب)

$$\frac{J_R}{J_L} = \frac{\frac{i}{\pi(\frac{D_2}{2})^2}}{\frac{i}{\pi(\frac{D_1}{2})^2}} = \frac{D_1^2}{D_2^2} = 3/5^2$$

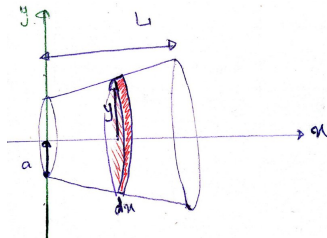
تمرین



با تعمیم روش به کار رفته در این درس، مقاومت قطعه رسانای
مقابل را به دست آورید.
راهنمایی: المان گیری.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

پاسخ



۱ مقاومت این قطعه را نمی دانیم، ولی می توانیم قطعه مورد نظر را به قطعات دایره ای بسیار کوچک به شعاع y و ضخامت dx تجزیه کنیم. مقاومت هرکدام از این

$$dR = \rho \frac{dx}{\pi y^2} \quad \text{المان های رسانا برابر}$$

می باشد که در آن ρ مقاومت ویژه رساناست.

۲ المان های مقاومت به صورت متوالی به هم بسته شده اند. بنابراین، مقاومت کل برابر است با مجموع مقاومت ها:

$$R = \int dR = \rho \int \frac{dx}{\pi y^2}$$

۳ در انتگرال بالا دو متغیر داریم. بنابراین، باید یکی از آنها را به دیگری تبدیل کنیم. برای اینکار باید رابطه y بر حسب x را بیابیم، یعنی معادله خط مماس بر سطح مخروط ناقص را بیابیم. از این خط، دو نقطه به مختصات $(0, a)$ و (L, b) معلوم است، بنابراین:

$$y - a = \frac{b - a}{L - 0} (x - 0) \quad \Rightarrow \quad y = \frac{b - a}{L} x + a$$

همچنین برای رابطه بین دیفرانسیل ها داریم:

$$dx = \frac{L}{b - a} dy$$

پاسخ

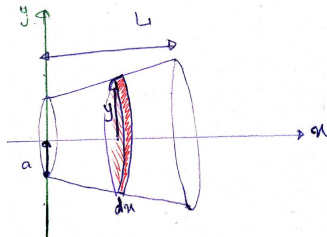
بنابراین، مقاومت کل برابر است با

$$R = \int dR = \frac{\rho}{\pi} \int \frac{dx}{y^3} = \frac{\rho}{\pi} \frac{L}{b-a} \int \frac{dy}{y^3}$$

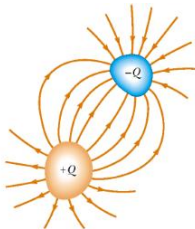
$$R = \frac{\rho L}{\pi(b-a)} \left(\frac{-1}{y} \right) = \frac{\rho L}{\pi(b-a)} \left(\frac{-1}{\frac{b-a}{L}x + a} \right)^L$$

$$R = \frac{\rho L}{\pi(b-a)} \left(\frac{-1}{b} + \frac{1}{a} \right) = \rho \frac{L}{\pi ab}$$

سوال: آیا جواب بالا با انتظارات شما از یک سیم با مقطع دایره ای همخوانی دارد؟



یادآوری: ظرفیت خازن



شکل از مبانی هالیدی.

خازن انرژی الکتریکی را در خود ذخیره می کند.

ظرفیت خازن C : میزان باری که خازن در یک اختلاف پتانسیل مشخص ΔV ذخیره می کند:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

ظرفیت خازن مستقل از بار الکتریکی و یا اختلاف پتانسیل دو سر خازن است!

ظرفیت خازن فقط به هندسه و نوع ماده دی الکتریک خازن ربط دارد.

واحد ظرفیت $F = C/V$ است که آن را فاراد می نامیم. واحد های معمول ظرفیت:

$$\mu F = 10^{-6} F$$

$$n F = 10^{-9} F$$

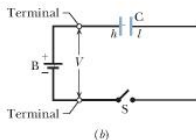
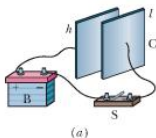
$$p F = 10^{-12} F$$

انرژی ذخیره شده در خازن:

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} q \Delta V$$

حضور ماده دی الکتریک در بین صفحات خازن، ظرفیت خازن را به اندازه κ_e (ظریف دی الکتریک ماده) افزایش می دهد.

روش عمومی محاسبه ظرفیت خازن



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

نکته: نتیجه به دست آمده برای اختلاف پتانسیل ΔV حتما به بار الکتریکی q ربط خواهد داشت. بنابراین در مرحله سوم اثری از ΔV و q در ظرفیت خازن باقی نمی ماند. در نتیجه ظرفیت خازن فقط به هندسه و نوع ماده دی الکتریک خازن ربط خواهد داشت.

به مثال های زیر دقت کنید ↓↓↓↓ .

میدان الکتریکی بین دو خازن را با استفاده از قانون گوس

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

به دست آورید.

از میدان به دست آمده در قسمت قبل استفاده کرده و اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه خازن را با استفاده از رابطه

$$\Delta V = \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

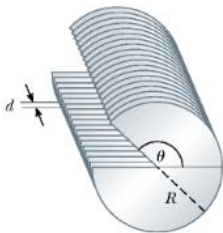
به دست آورید. قرارداد $\int_+^-$ به دلیل مثبت بودن ظرفیت انتخاب شده است.

از اختلاف پتانسیل به دست آمده در قسمت قبل استفاده کنید و با استفاده از تعریف زیر

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V}$$

ظرفیت را محاسبه کنید.

تمرین



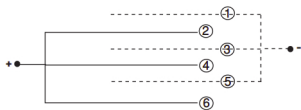
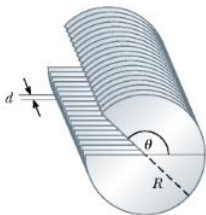
در شکل مقابل N صفحه رسانا به صورت ثابت در فاصله d از هم قرار گرفته اند. همچنین N صفحه متحرک دیگر وجود دارند که قابلیت چرخش دارند و در وسط فاصله بین صفحات ثابت قرار دارند.

الف) چنین مجموعه خازنی موازی محسوب می شود یا متوالی؟ چرا؟

ب) خازن معادل، وقتی که صفحه ها با هم زاویه θ می سازند، را بیابید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

تمرین



پاسخ الف) این مجموعه خازن را باید موازی فرض کرد زیرا صفحات همتام به هم متصل هستند.

پاسخ ب) حال می بینیم که صفحات مورد نظر $2N - 1$ خازن موازی تشکیل داده اند؛ بنابراین

$$C = (2N - 1)C_0$$

که $A(\theta) = \epsilon_0 A(\theta) / (d/2)$ ظرفیت یکی از خازن هاست. در اینجا مساحت مربوط به قطاعی از دایره روبرو به زاویه $\pi - \theta$ (بر حسب رادیان) است. پس داریم:

$$A(\theta) = (\pi - \theta) \frac{R^2}{2}$$

چرا؟!

در نهایت، ظرفیت کل برابر است با

$$C = (2N - 1)C_0 = 2\epsilon_0 (2N - 1) \frac{(\pi - \theta) R^2}{d}$$

$$C = (2N - 1) \frac{\epsilon_0 (\pi - \theta) R^2}{d}$$

آیا در حالت $\theta = 0$ نتیجه بالا با انتظارات شما همخوانی دارد؟

با سپاس از توجه شما،
مراقب سلامت خود و اطرافیان خود
باشید.