

فیزیک مکانیک

جلسه یازدهم رفع اشکال و حل تمرین

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم

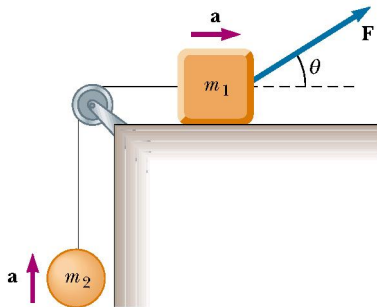


دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در تابستان و پاییز سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
h.shenavar@gmail.com
- از همکاران محترم در دانشگاه صنعتی قوچان که، با تلاش بسیار، امکان ارائه آنلاین این مجموعه درس را فراهم آورده اند، سپاسگزارم.

۱ جلسه یازدهم رفع اشکال و حل تمرین

تمرین

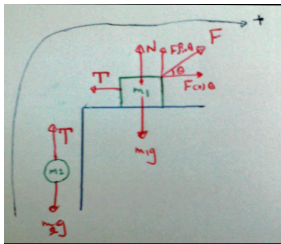


فردی با نیروی F دو جرم را به سمت خود می کشد.
الف: از اصطکاک صرف نظر کنید و شتاب مجموعه را بیابید.

ب: نیروی کشش نخ در مجموعه چقدر است؟
نمودار جسم آزاد هر دو جرم را به دقت رسم کنید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

پاسخ تمرین ۱



پاسخ: جهت مثبت محور مختصات را در جهت حرکت فرض می کنیم. همچنین، نمودار جسم آزاد را مانند شکل مقابل رسم می کنیم. بنا به قانون دوم نیوتن داریم:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

یعنی برای جسم m_1 می توان نوشت:

$$\sum F_{i\ x} = m_1 a_x \Rightarrow F \cos \theta - T = m_1 a_x$$

$$\sum F_{i\ y} = m_1 a_y \Rightarrow N - m_1 g + F \sin \theta = m_1 a_y = 0$$

از معادله دوم می توان نیروی عمود بر سطح را یافت (که اینجا مورد نیاز نیست. چرا؟!):

$$N - m_1 g + F \sin \theta = 0 \Rightarrow N = m_1 g - F \sin \theta$$

برای جسم دوم نیز بنا به قانون دوم نیوتن داریم:

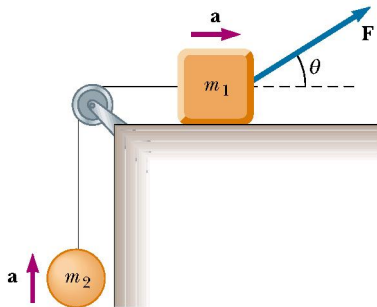
شتاب جسم دوم یعنی a با شتاب جسم اول در جهت x یعنی a_x باید برابر باشد: $a_x = a$
با جمع دو معادله شامل T داریم:

$$F \cos \theta - m_2 g = (m_1 + m_2) a_x \Rightarrow a_x = \frac{F \cos \theta - m_2 g}{m_1 + m_2}$$

همچنین می توان کشش نخ را یافت:

$$T = m_2 g + m_2 a = m_2 g + m_2 \frac{F \cos \theta - m_2 g}{m_1 + m_2} = \dots$$

تمرین



فردی با نیروی F دو جرم را به سمت خود می کشد.

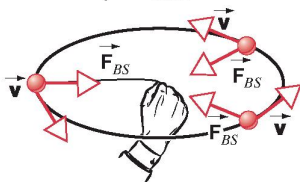
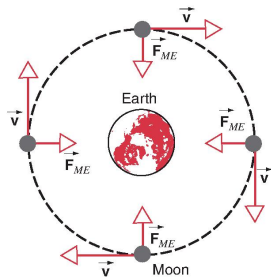
الف: ضریب اصطکاک جنبشی برابر μ_k می باشد. شتاب مجموعه را بیابید.

ب: نیروی کشش نخ در مجموعه چقدر است؟

نمودار جسم آزاد هر دو جرم را به دقت رسم کنید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

یادآوری: ویژگی های اصلی حرکت دایره ای با تندی ثابت



شکل ها از فیزیک هالیدی،
ویرایش پنجم.

بسیاری از حرکت های روزمره (مخصوصا در آزمایشگاه و صنعت) با تقریب خوبی به صورت دایره ای با تندی ثابت انجام می شوند. این یکی دیگر از مثال های حرکت در صفحه است. در این حرکت:

جهت بردار سرعت تغییر می کند (شکل ها را ببینید) ولی اندازه بردار سرعت ثابت است؛ یعنی $|\vec{v}| = cte$

اگر حرکت مذکور بر روی دایره ای به شعاع r و دوره تناوب T انجام پذیرد، آنگاه اندازه سرعت لحظه ای در هر نقطه از مسیر حرکت برابر است با (چرا؟):

$$|\vec{v}| = v = \frac{2\pi r}{T}$$

همچنین، اندازه شتاب مرکزگرا در حرکت دایره ای با تندی ثابت برابر است با:

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

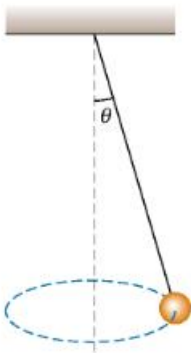
جهت شتاب مرکزگرا تغییر می کند و همیشه به سمت مرکز دایره است. شکل ها را ببینید. شتاب مماسی در این نوع حرکت برابر صفر است. درباره تفاوت شتاب شعاعی (مرکزگرا) و مماسی در ادامه صحبت خواهیم کرد.

حاصلضرب جرم جسم در شتاب مرکزگرای آن را نیروی مرکزگرا می نامند ($m a_r$). هر نیروی جانب مرکزی می تواند باعث شتاب مرکزگرا شود. مثلاً گرانش نیوتنی بین دو جرم، نیروی جاذبه بین الکترون و پروتون، نیروی کشش نخ و ...

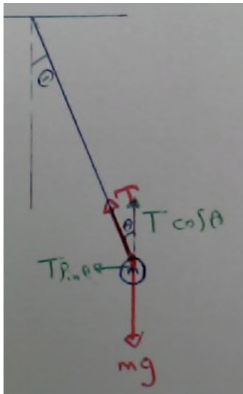
از طرف دیگر، چیزی به نام نیروی مرکزگریز (و یا گریز از مرکز) وجود ندارد! این کمیت ها در اثر استفاده از دستگاه های نالخت ظاهر می شوند و بهتر است نیروی مجازی خوانده شوند. بحث حرکت نسبی را ببینید.

تمرین ۲

- جسمی مطابق شکل مقابل، یک مسیر دایره وار را طی می کند. جرم جسم برابر $m = 2\text{ kg}$ ، طول طناب $L = 3\text{ m}$ و زاویه $\theta = 6^\circ$ است.
الف) با نوشتن قانون دوم نیوتن در جهت افقی و عمودی، مولفه های افقی و عمودی کشش طناب را حساب کنید.
- ب) شتاب شعاعی این جرم را بیابید.
- راهنمایی: $\sin 6^\circ \approx \tan 6^\circ \approx 0.1$.
- شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.



پاسخ تمرین ۲



پاسخ: جهت مثبت محور مختصات را در جهت مرکز دایره x و عمود بر آن y فرض می‌کنیم. همچنین، نمودار جسم آزاد را مانند شکل مقابل رسم می‌کنیم. بنا به قانون دوم نیوتن داریم:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

یعنی برای جسم m می‌توان نوشت:

$$\sum F_{ix} = ma_x \Rightarrow T \sin \theta = ma_x = m \frac{v^2}{r}$$

$$\sum F_{iy} = ma_y \Rightarrow T \cos \theta - mg = ma_y = 0$$

در اینجا $r = L \sin \theta$ شعاع دایره است. از معادله دوم داریم:

$$T_y = T \cos \theta = mg = 2 \times 9.8 = 19.6 \text{ N}$$

و البته مقدار کشش نخ به صورت

$$T = \frac{mg}{\cos \theta} = \frac{2 \times 9.8}{\cos 60^\circ} = 19.6 \text{ N}$$

از اینجا می‌توان مولفه افقی کشش نخ را یافت:

$$T_x = T \sin \theta = 19.6 \sin 60^\circ = 17 \text{ N}$$

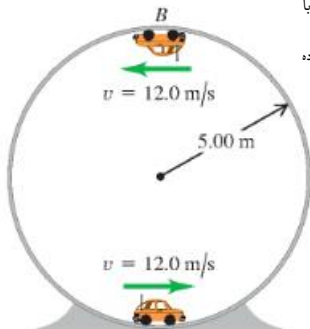
بنابراین شتاب شعاعی برابر است با:

$$a_x = \frac{v^2}{r} = \frac{T \sin \theta}{m} = \frac{17}{2} \simeq 8.5 \text{ m/s}^2$$

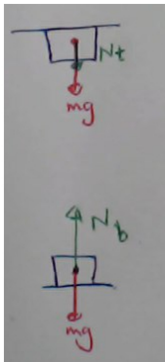
لطفا دقت کنید که جهت مثبت محور x در اینجا به سمت مرکز دایره فرض شده است.

تمرین ۳

- در شکل مقابل یک ماشین اسباب بازی با جرم $m = 0.5\text{ kg}$ در مسیری دایره وار به شعاع ۵ متر با سرعت ثابت $v = 12\text{ m/s}$ در حال حرکت است.
- الف) نمودار جسم آزاد را در پایین مسیر برای این ماشین بنویسید و نیروی عمودی سطح را با استفاده از قانون دوم نیوتن بیابید.
- ب) نمودار جسم آزاد را در بالای مسیر برای این ماشین بنویسید و نیروی عمودی سطح را با استفاده از قانون دوم نیوتن بیابید.
- شکل از سرز.



پاسخ تمرین ۳



پاسخ: جهت مثبت محور مختصات را در جهت مرکز دایره فرض می کنیم. همچنین، نمودار جسم آزاد را مانند شکل مقابل رسم می کنیم. بنا به قانون دوم نیوتن داریم:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

یعنی برای جسم m در بالای مسیر می توان نوشت:

$$\sum F_{i\ x} = ma_r \Rightarrow N_t + mg = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow N_t = m \frac{v^2}{r} - mg$$

$$N_t = 0.5 \left(\frac{12^2}{5} - 9.8 \right) = 9.5\ N$$

همچنین در پایین مسیر داریم:

$$\sum F_{i\ x} = ma_r \Rightarrow N_b - mg = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow N_b = mg + m \frac{v^2}{r}$$

$$N_b = 0.5 \left(9.8 + \frac{12^2}{5} \right) = 19.3\ N$$

لطفا دقت کنید که جهت مثبت محور به سمت مرکز دایره فرض شده است و علامت نیروها هم با توجه به همین نکته لحاظ شده است.

تمرین ۴



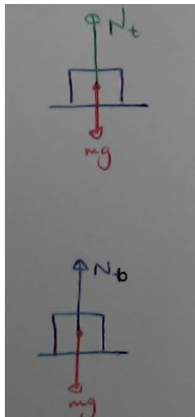
در شکل مقابل چرخ و فلکی را می بینید که با شعاع $r = 14 \text{ m}$ و سرعت ثابت $v = 6 \text{ m/s}$ در حال دوران است. فردی به جرم $m = 65 \text{ kg}$ سوار بر این چرخ و فلک را در نظر بگیرید.

الف) نمودار جسم آزاد نیروهای وارد شده را در پایین مسیر برای این فرد بنویسید و نیروی عمودی سطح را با استفاده از قانون دوم نیوتن بیابید.

ب) نمودار جسم آزاد را در بالای مسیر برای این فرد بنویسید و نیروی عمودی سطح را با استفاده از قانون دوم نیوتن بیابید.

شکل از کتاب سرز.

پاسخ تمرین ۴



پاسخ: جهت مثبت محور مختصات را در جهت مرکز دایره فرض می کنیم. همچنین، نمودار جسم آزاد را مانند شکل مقابل رسم می کنیم. بنا به قانون دوم نیوتن داریم:

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

یعنی برای جسم m در بالای مسیر می توان نوشت:

$$\sum F_{i\ x} = ma_r \Rightarrow mg - N_t = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow N_t = mg - m \frac{v^2}{r}$$

$$N_t = 65 \left(9.8 - \frac{6^2}{14} \right) = 469.9\text{ N}$$

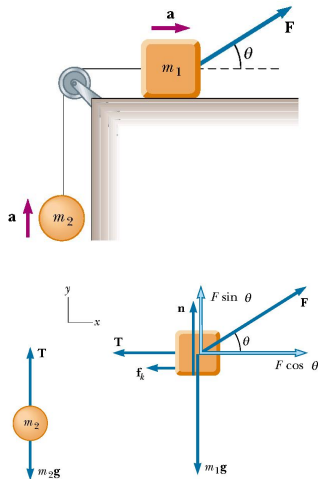
همچنین در پایین مسیر داریم:

$$\sum F_{i\ x} = ma_r \Rightarrow N_b - mg = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow N_b = mg + m \frac{v^2}{r}$$

$$N_b = 65 \left(9.8 + \frac{6^2}{14} \right) = 804.1\text{ N}$$

لطفا دقت کنید که جهت مثبت محور به سمت مرکز دایره فرض شده است و علامت نیروها هم با توجه به همین نکته لحاظ شده است.

استراتژی کلی برای به کار بردن قوانین نیوتن



شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش
دهم.

مساله را به درستی و با دقت مطالعه کنید. با مطالعه دقیق مساله، تعیین کنید که چه اطلاعاتی داده شده اند و چه کمیت هایی از شما خواسته شده اند. اگر هیچ ایده ای برای حل مساله ندارید، کتاب (مخصوصا مثال های متن درس) را مجدداً مطالعه کنید.

سیستم (جسم) کلیدی مساله کدام است؟ معمولاً سیستم کلیدی مساله جسمی است که پارامترهای خواسته شده به آن مربوط می شوند.

دو جور شکل بکشید. یکی نمودار کلی مساله و دیگری نمودار جسم آزاد. نمودار جسم آزاد نموداری است که جسم مورد نظر مساله را بدون هیچ گونه اتصالی به دنیای اطراف نشان می دهد. اثر محیط اطراف توسط بردارهای نیرو در نمودار جسم آزاد مشخص می شود.

محورها را عاقلانه رسم کنید. معمولاً بهتر است که یکی از محورها در جهت (ترجیحی) حرکت انتخاب شود.

شما تئوری پایه ای مکانیک را به خوبی میدانید؛ قسمت عمده این تئوری در صفحه قبل خلاصه شده است!!! ولی برای حل موفقیت آمیز مسائل، باید این نظریه را در عمل نیز بیاموزید. یکی از راههای بهتر آموختن و درونی سازی هر تئوری علمی، حل مسائل مربوط به تئوری است. بنابراین در حل تمرین ها کوشا باشید.

با سیاست از توجه شما،
مراقب سلامت خود و اطرافیان خود
باشید.