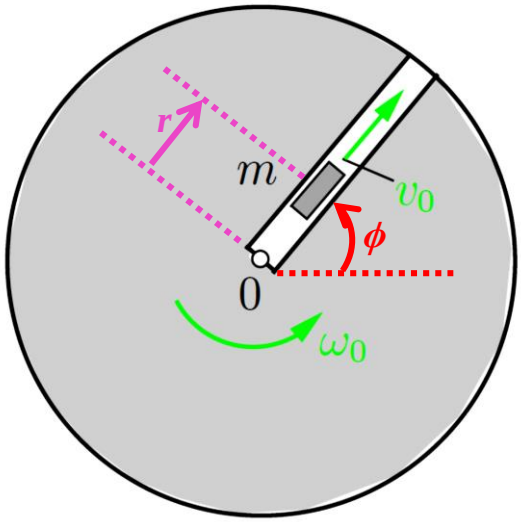
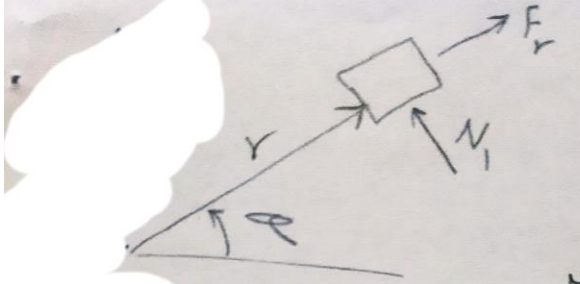
توجه شود که هر پاسخ دیگری به جز پاسخ‌های ذکر شده در این حل اشتباه بوده و غیرقابل‌قبول است.

۱- صفحه دایره‌ای افقی با سرعت زاویه‌ای ثابت ω_0 می‌چرخد. جرم m در راستای شعاعی در داخل شیار بدون اصطکاک حرکت می‌کند. نیروهایی که بر جرم m اعمال می‌شوند را تحت شرایطی محاسبه کنید که جرم m با سرعت ثابت نسبت به صفحه حرکت کند.



نمودار جسم آزاد جرم m را رسم می‌کنیم.



F_r برای نگه داشتن سرعت در نظر گرفته می‌شود.

N_1: برای تماس بین جرم و صفحه و حرکت در شیار در نظر گرفته می‌شود.

برای حرکت در دستگاه مختصات قطبی

$$\sum F_r = ma_r \uparrow \quad \text{and} \quad \sum F_\theta = ma_\theta \uparrow$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$F_r = ma_r \quad \text{and} \quad N_1 = ma_\theta$$

$$\begin{cases} a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \\ a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} \end{cases}$$

از صورت سؤال می‌دانیم که

$$\dot{\theta} = \omega_0 \Rightarrow \ddot{\theta} = 0$$

$$\dot{r} = r_0 \Rightarrow \ddot{r} = 0$$

جواب سؤال ۲

$$F_r = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = m(0 - r\omega_0) \Rightarrow F_r = -mr\omega_0^2$$

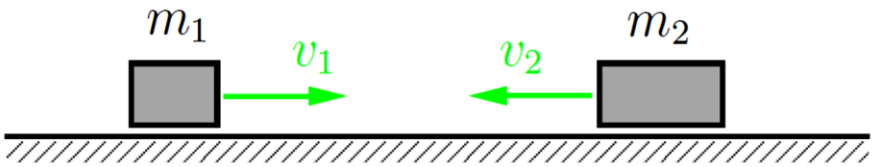
$$N_1 = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) = m(r\times 0 + 2r_0\omega_0) \Rightarrow N_1 = 2mr_0\omega_0$$

علامت منفی برای F_r نشان می‌دهد که جهت F_r خلاف جهت انتخاب شده است

۲- دو جرم ($m_1 = m, m_2 = 2m$) در راستای یک خط مستقیم با هم برخورد می‌کنند. سرعت v_1 مربوط به جرم m_1 مشخص است. با فرض اینکه ضریب بازگشت e باشد:

الف: سرعت v_2 مربوط به جرم m_2 را طوری تعیین کنید که m_1 بعد از برخورد دارای سرعت صفر باشد.

ب: سرعت جرم m_2 را پس از برخورد تعیین کنید.



$m_1 = m, m_2 = 2m, v_1 = v, e = 1, v_1' = 0$ $\begin{cases} v_2 = ? \\ v_2' = ? \end{cases}$

$\longrightarrow +$

① : $m_1 v_1 + m_2(-v_2) = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

② $e = \dfrac{v_2' - v_1'}{v_1 - (-v_2)} \Rightarrow v_2' = v_1' + e v_1 + e v_2$

$m_1 v_1 - m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 [v_1' + e v_1 + e v_2] \Rightarrow$

$m_1 v_1 - m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_1' + m_2 e v_1 + m_2 e v_2 \Rightarrow$

$m_2(1+e) v_2 = (m_1 - m_2 e) v_1 - (m_1 + m_2) v_1' \Rightarrow$

$v_2 = \dfrac{(m_1 - m_2 e)}{m_2(1+e)} v_1 - \dfrac{m_1 + m_2}{m_2(1+e)} v_1' \Rightarrow$

$v_2 = \dfrac{(m - 2me)}{2m(1+e)} v_1 - \dfrac{m + 2m}{2m(1+e)} \cancel{v_1'}^{\to 0} \Rightarrow \boxed{v_2 = \dfrac{1-2e}{2(1+e)} v_1}$

$v_2' = \cancel{v_1'}^{\to 0} + e v_1 + e \dfrac{1-2e}{2(1+e)} v_1 \Rightarrow v_2' = e v_1 \left[1 + \dfrac{1-2e}{2(1+e)}\right]$

$\boxed{v_2' = \dfrac{3}{2(1+e)} e v_1}$

Jan 26