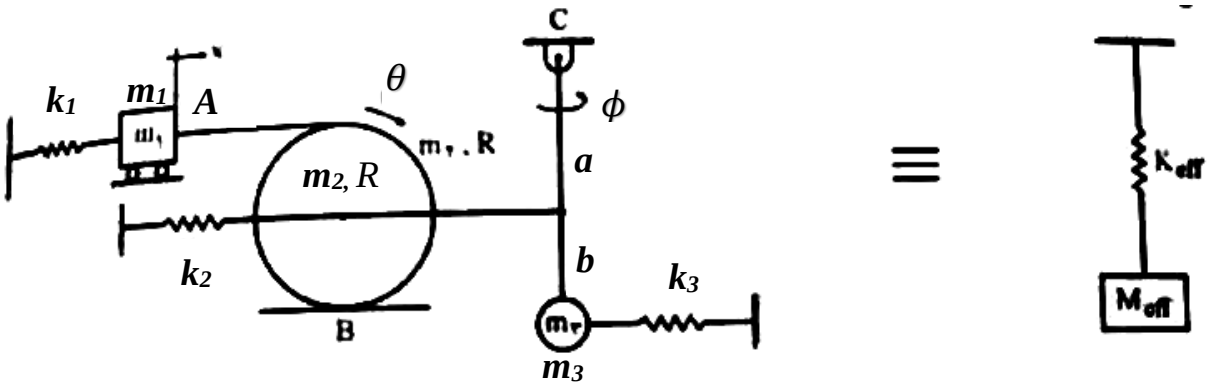
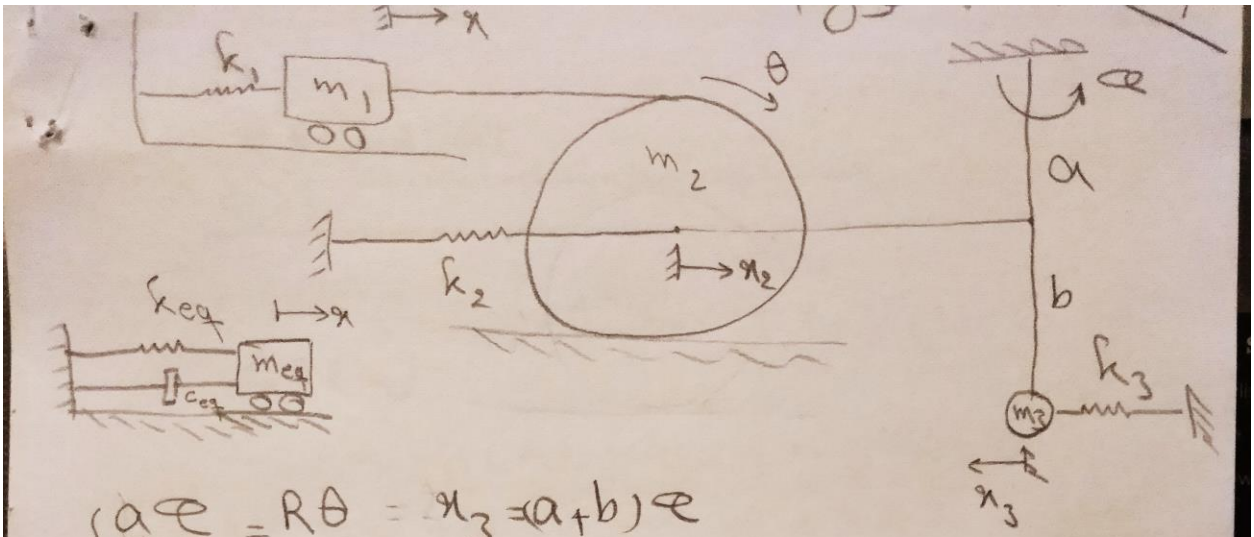
توجه شود که هر پاسخی بجز آنچه در این حل ذکر شده است، اشتباه و غیرقابل‌قبول است.

۱- جرم معادل و فنر معادل را برای سیستم زیر در نقطه A محاسبه کنید. فرکانس طبیعی سیستم را بیابید.



توجه شود که هر پاسخی بجز آنچه در این حل ذکر شده است، اشتباه و غیرقابل‌قبول است.



$$\begin{cases} a\theta = R\theta = x_3 = (a+b)\varphi \\ x = 2R\theta \end{cases} \qquad \varphi = \frac{R}{a}\theta = \frac{R}{a}\frac{x}{2R} = \frac{x}{2a}$$

$$x_2 = R\theta = \frac{1}{2}x$$

$$\frac{1}{2}m_{eq}\dot{x}^2 = \frac{1}{2}m_1\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{x}_3^2$$

$$\frac{1}{2}m_{eq}\dot{x}^2 = \frac{1}{2}m_1\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m_2\left(\frac{1}{2}\dot{x}\right)^2 + \frac{1}{2}J\left(\frac{\dot{x}}{2R}\right)^2 + \frac{1}{2}m_3\left(\frac{a+b}{2a}\dot{x}\right)^2$$

$$m_{eq} = m_1 + \frac{1}{4}m_2 + \frac{J}{4R^2} + \left(\frac{a+b}{2a}\right)^2 m_3 \qquad (10)$$

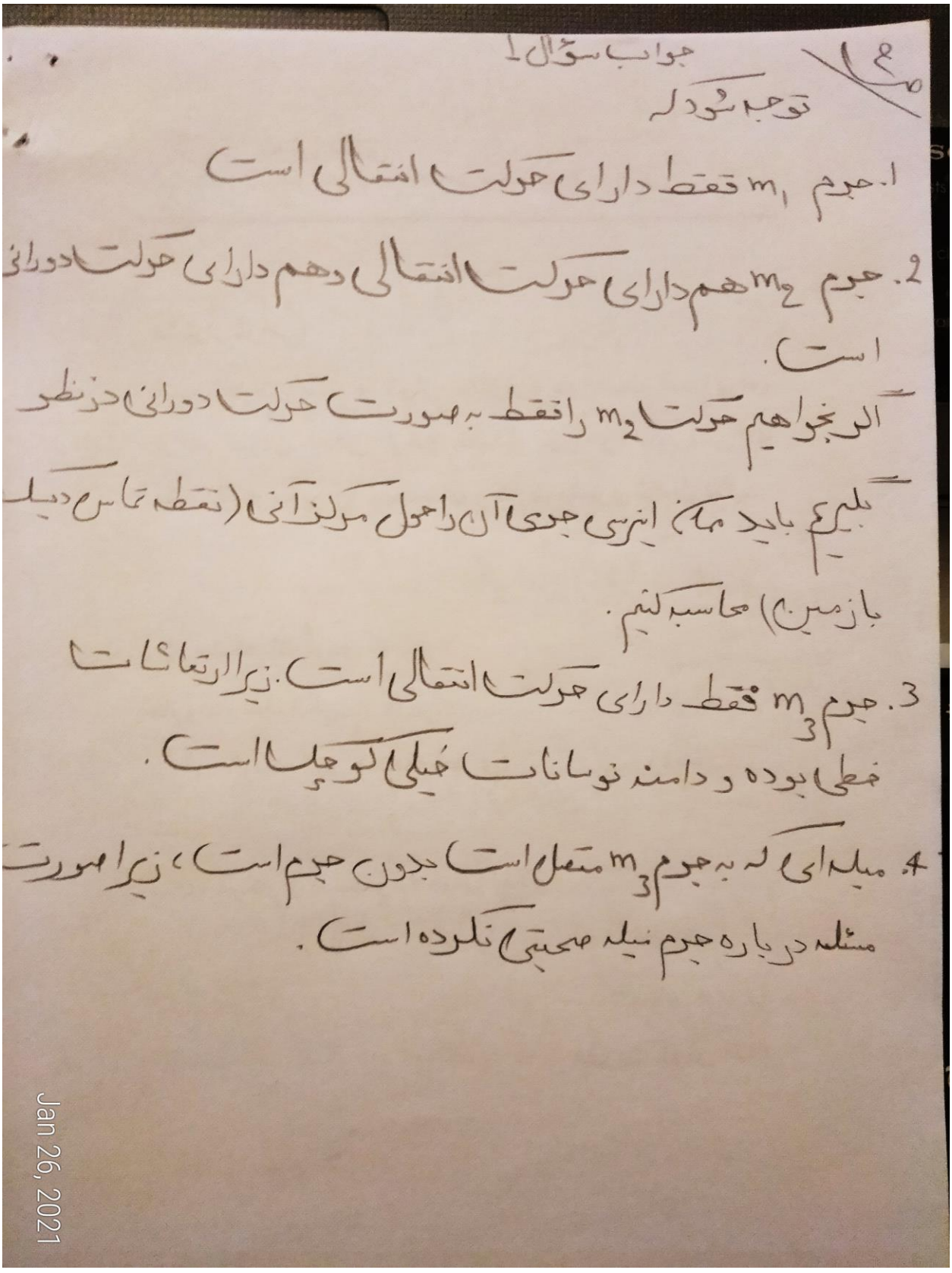
$$\frac{1}{2}k_{eq}x^2 = \frac{1}{2}k_1x^2 + \frac{1}{2}k_2x_2^2 + \frac{1}{2}k_3x_3^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}k_{eq}x^2 = \frac{1}{2}k_1x^2 + \frac{1}{2}k_2\left(\frac{1}{2}x\right)^2 + \frac{1}{2}k_3\left(\frac{a+b}{2a}x\right)^2 \Rightarrow$$

$$k_{eq} = k_1 + \frac{1}{4}k_2 + \left(\frac{a+b}{2a}\right)^2 k_3 \qquad (11) \qquad \omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_{eq}}}$$

Jan 26, 2021

توجه شود که هر پاسخی بجز آنچه در این حل ذکر شده است، اشتباه و غیرقابل‌قبول است.



جواب سؤال ۱

توجه شود که

1. جرم m_1 فقط دارای حرکت انتقالی است

2. جرم m_2 هم دارای حرکت انتقالی و هم دارای حرکت دورانی است.

اگر بخواهیم حرکت m_2 را فقط به صورت حرکت دورانی در نظر بگیریم باید ممان اینرسی جسم آن را حول مرکز آنی (نقطه تماس دیسک با زمین) محاسبه کنیم.

3. جرم m_3 فقط دارای حرکت انتقالی است. زیرا ارتفاعات خطی بوده و دامنه نوسانات خیلی کوچک است.

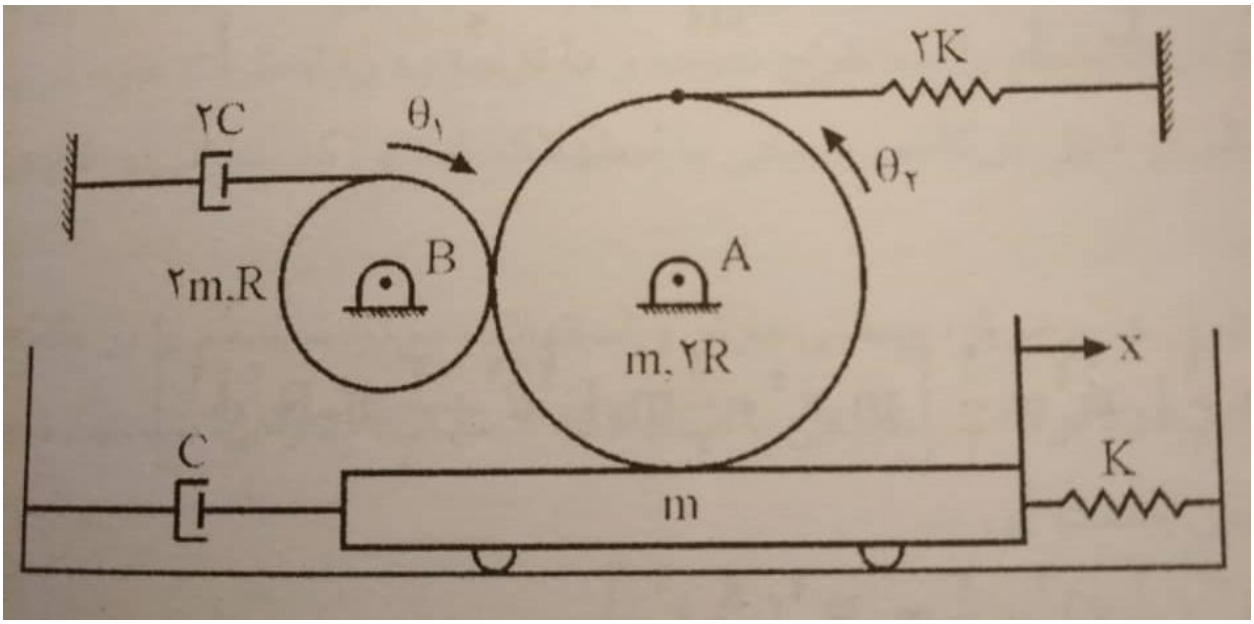
4. میله‌ای که به جرم m_3 متصل است بدون جرم است، زیرا صورت مسئله درباره جرم میله صحبتی نکرده است.

Jan 26, 2021

توجه شود که هر پاسخی بجز آنچه در این حل ذکر شده است، اشتباه و غیرقابل‌قبول است.

۲- سیستم معادل را در راستای x معادل‌سازی کنید و پاسخ سیستم را به ازای مقادیر زیر به دست آورید.

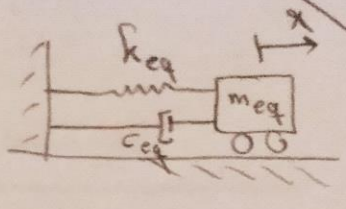
$$m=6\ Kg,\ K=1000\ N/m,\ C=50\ N.s/m,\ R=1m$$



توجه شود که هر پاسخی بجز آنچه در این حل ذکر شده است، اشتباه و غیرقابل‌قبول است.

$R\dot{\theta}_1 = 2R\dot{\theta}_2 \Rightarrow \boxed{\theta_1 = 2\theta_2}$

$\dot{x} = 2R\dot{\theta}_2 = R\dot{\theta}_1$



$$\frac{1}{2}m_{eq}\dot{x}^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\theta}_2^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_{eq}\dot{x}^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}J_1\left(\frac{\dot{x}}{R}\right)^2 + \frac{1}{2}J_2\left(\frac{\dot{x}}{2R}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{m_{eq} = m + \frac{J_1}{R^2} + \frac{J_2}{4R^2}}$$

$$\begin{cases} J_1 = \frac{2mR^2}{2} = mR^2 \\ J_2 = \frac{m(2R)^2}{2} = \frac{4mR^2}{2} = 2mR^2 \end{cases}$$

$$m_{eq} = m + \frac{2mR^2}{2R^2} + \frac{4mR^2}{8R^2} = 2.5m \Rightarrow \boxed{m_{eq} = 2.5m}$$

$$\boxed{m_{eq} = 15\ kg} \quad (10)$$

$$\frac{1}{2}k_{eq}x^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}(2k)(2R\theta_2)^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}k_{eq} = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}(2k)(x)^2 \Rightarrow \boxed{k_{eq} = 3k}$$

$$\boxed{k_{eq} = 3000\ N/m} \quad (10)$$

$$\frac{1}{2}c_{eq}\dot{x}^2 = \frac{1}{2}c\dot{x}^2 + \frac{1}{2}(2c)(R\dot{\theta}_1)^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}c_{eq}\dot{x}^2 = \frac{1}{2}c\dot{x}^2 + \frac{1}{2}(2c)\dot{x}^2 \Rightarrow \boxed{c_{eq} = 3c}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_{eq}}} = \sqrt{\frac{3k}{2.5m}} = \sqrt{\frac{3000}{150}} = 14.142$$

$$\boxed{c_{eq} = 150\ \frac{N.s}{m}} \quad (10)$$

Jan 26, 2021

توجه شود که هر پاسخی بجز آنچه در این حل ذکر شده است، اشتباه و غیرقابل‌قبول است.

$m_{eq}\ddot{x} + c_{eq}\dot{x} + k_{eq}x = 0 \qquad \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$

$x = ce^{st} \Rightarrow \dot{x} = cse^{st} \Rightarrow \ddot{x} = cs^2e^{st}$

$m_{eq}(cs^2e^{st}) + c_{eq}(cse^{st}) + k_{eq}(ce^{st}) = 0 \Rightarrow$

$$\boxed{m_{eq}s^2 + c_{eq}s + k_{eq} = 0} \quad (3)$$

$2.5m\ddot{x} + 3c\dot{x} + 3kx = 0$

$15\ddot{x} + 150\dot{x} + 3000x = 0$

$C_{cr} = 2m_{eq}\omega_n = 2\times 15\times 14.142 = 424.264 \ \frac{N.S}{m}$

$\xi = \frac{c_{eq}}{c_{cr}} = \frac{150}{424.264} = 0.353553 < 1 \Rightarrow$ Under damped

$$s_1, s_2 = \frac{-c_{eq} \pm \sqrt{c_{eq}^2 - 4m_{eq}k_{eq}}}{2m_{eq}} = \frac{-150 \pm \sqrt{150^2 - 4\times 15\times 3000}}{2\times 15} \quad (10)$$

$s_1, s_2 = -5 \pm i\,13.229 \Rightarrow$

$x(t) = c_1e^{s_1t} + c_2e^{s_2t} = c_1e^{(-5+i13.229)t} + c_2e^{(-5-i13.229)t}$

$= e^{-5t}\left[c_1(\cos(13.229t) + \sin(13.229t)) + c_2(\cos(13.229t) - \sin(13.229t))\right]$

$= e^{-5t}\left[\underbrace{(c_1+c_2)}_{A_1}\cos(13.229t) + i\underbrace{(c_1-c_2)}_{A_2}\sin(13.229t)\right]$ (35)

Jan 26, 2021

توجه شود که هر پاسخی بجز آنچه در این حل ذکر شده است، اشتباه و غیرقابل‌قبول است.

$$= e^{-5t}\left[A_1 \cos(13.229t) + A_2 \sin(13.229t)\right]$$

که متادیر A_1 و A_2 از شرایط اولیه قابل محاسبه است.

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} = \sqrt{\frac{3000}{15}} \times \sqrt{1-0.353553^2} \simeq 13.229$$

باید توجه شود که در سیستم‌های داده شده در شکل حرکت انتقالی ندارند و فقط حول یک نقطه ثابت دوران می‌کنند.

Jan 26, 2021