

تمرین ۱: فرض کنید سه سکه را توأمأً پرتاب نماییم. اگر X تعداد شیرهای مشاهده شده در سه پرتاب باشد، مجموعه مقادیر X و تابع احتمال آن را تعیین کنید.

| X تعداد شیرها | $P(x)$ |
|-----------------|--------|
| ۰ | $1/8$ |
| ۱ | $3/8$ |
| ۲ | $3/8$ |
| ۳ | $1/8$ |

تمرین ۲: دو تاس با هم پرتاب می شوند.

الف - تابع توزیع احتمال X را بدست آورید.

| | | | | | | | | | | | |
|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| x | 2 | 3 | 4 | ۵ | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| $P(x)$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{6}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{1}{36}$ |

ب- احتمال اینکه مجموع شماره هایی که ظاهر می گردند ۷ باشد را محاسبه کنید.

$$\frac{6}{36}$$

ج - احتمال اینکه مجموع عددهای ظاهر شده ۷ یا ۱۲ باشد را بدست آورید.

$$\frac{6}{36} + \frac{1}{36} = \frac{7}{36}$$

د- احتمال اینکه مجموع عددهای ظاهر شده زوج یا بزرگتر از ۷ باشد را بدست آورید.

احتمال زوج:

$$P(\text{زوج}) = p(2) + p(4) + p(8) + p(10) + p(12) =$$

$$\frac{1}{36} + \frac{3}{36} + \frac{5}{36} + \frac{5}{36} + \frac{3}{36} + \frac{1}{36} = \frac{18}{36}$$

احتمال بزرگتر از ۷:

$$P(x > 7) = p(8) + p(9) + p(10) + p(11) + p(12) =$$

$$\frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{15}{36}$$

$$P(\text{زوج}) + P(x > 7) = \frac{18}{36} + \frac{15}{36} = \frac{33}{36}$$

تمرین ۳: در پرتاب یک تاس، متغیر تصادفی را مشخص نموده و جدول توزیع احتمال و امیدریاضی را محاسبه کنید.

| | | | | | | |
|------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| P(x) | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ |

$$E(x) = \sum X \cdot P(X) = 1 \left(\frac{1}{6}\right) + 2 \left(\frac{1}{6}\right) + 3 \left(\frac{1}{6}\right) + 4 \left(\frac{1}{6}\right) + 5 \left(\frac{1}{6}\right) + 6 \left(\frac{1}{6}\right) = 3.5$$

تمرین ۴: فرض نمایید X در پرتاب یک تاس مساوی با دو برابر عددی است که ظاهر می شود. مطلوب است محاسبه میانگین، انحراف معیار و توزیع فراوانی X .

| | | | | | | |
|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| x | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| X^2 | 4 | 16 | 36 | 64 | 100 | 144 |
| P(x) | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ |

$$E(x) = \mu = \sum X \cdot P(X) = 2\left(\frac{1}{6}\right) + 4\left(\frac{1}{6}\right) + 6\left(\frac{1}{6}\right) + 8\left(\frac{1}{6}\right) + 10\left(\frac{1}{6}\right) + 12\left(\frac{1}{6}\right) = 7$$

$$E(X^2) = \sum X^2 \cdot P(X) = 4\left(\frac{1}{6}\right) + 16\left(\frac{1}{6}\right) + 36\left(\frac{1}{6}\right) + 64\left(\frac{1}{6}\right) + 100\left(\frac{1}{6}\right) + 144\left(\frac{1}{6}\right) = 60.67$$

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 60.67 - 7^2 = 11.7 \quad \sigma(X) = \sqrt{11.67} = 3.4$$

تمرین ۵: تابع احتمال متغیر تصادفی X به صورت زیر می باشد. اگر امید ریاضی آن برابر ۴ باشد، مقادیر a و b را محاسبه کنید.

| | | | | |
|-------|---------------|---------------|---------------|-------------------|
| X | ۱ | ۲ | ۳ | a |
| F_i | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $b = \frac{3}{8}$ |

$$\sum X \cdot P(X) = 1 \Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + b = 1 \Rightarrow b = \frac{3}{8}$$

در جدول بالا بجای b مقدار آن یعنی $\frac{3}{8}$ را قرار داده و حال چون میانگین (امید ریاضی) را داریم در رابطه زیر قرار داده و a را محاسبه می کنیم:

$$E(X) = \sum X \cdot P(X) \Rightarrow 4 = 1\left(\frac{1}{8}\right) + 2\left(\frac{1}{4}\right) + 3\left(\frac{1}{4}\right) + a\left(\frac{3}{8}\right) \Rightarrow \frac{11}{8} + \frac{3a}{8} = 4 \Rightarrow 3a = 21 \Rightarrow a = 7$$