

۲۷۴

۱۷ نشان دهید که معادله  $1 + 2x + x^2 + 4x^5 = 0$  دقیقاً یک ریشه حقیقی دارد.

۱۸ نشان دهید که معادله  $2x - 1 - \sin x = 0$  دقیقاً یک ریشه حقیقی دارد.

۱۹ نشان دهید که معادله  $x^3 - 15x + c = 0$  حداکثر یک ریشه حقیقی در بازه  $[-2, 2]$  دارد.

۲۰ نشان دهید که معادله  $x^4 + 4x + c = 0$  حداکثر دو ریشه حقیقی دارد.

۲۱ نشان دهید که چند جمله درجه دوم حداکثر سه ریشه حقیقی دارد.

۲۲ اگر  $f(1) = 10$  و برای  $1 \leq x \leq 4$ ،  $f'(x) \geq 2$ ،  $f(4)$  چقدر ممکن است کوچک باشد؟

۲۳ فرض کنید برای هر  $x$ ،  $5 \leq f'(x) \leq 5$ . نشان دهید  $18 \leq f(1) - f(2) \leq 30$ .

۲۴ آیا تابعی مانند  $f$  وجود دارد که  $f(5) = -1$ ،  $f(2) = 4$  و برای هر  $x$ ،  $f'(x) \leq 2$ ؟

۲۷ نشان دهید اگر  $x > 0$ ، آن گاه  $\sqrt{1+x} < 1 + \frac{1}{4}x$

۲۹ نشان دهید برای هر  $a$  و  $b$ ،  $|\sin a - \sin b| \leq |a - b|$ .

۱ نشان دهید معادله  $3x^5 + 15x - 1 = 0$  دقیقاً یک ریشه دارد.

۲ نشان دهید اگر  $x > 1$ ، آن گاه  $2 - \frac{1}{x} > 2\sqrt{x}$ .

۳ نشان دهید معادله  $y = x^4 + x - 1$  دقیقاً یک ریشه دارد.

۴ نشان دهید اگر  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ، آن گاه  $\tan x > x$ .

۵ نشان دهید نامساوی  $|\tan b - \tan a| \geq |b - a|$  برای  $a, b \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  برقرار است.

۶ نشان دهید معادله  $4x^5 + x^4 + 2x + 1 = 0$  دقیقاً یک ریشه حقیقی دارد.

۷ نشان دهید معادله  $\tan x = 1 - x$  در  $(1, \frac{\pi}{2})$  حتماً یک ریشه دارد.

۸ نشان دهید معادله  $x^5 - 5x + 1 = 0$  دقیقاً سه ریشه حقیقی دارد.

۹ نشان دهید معادله  $\cot x = x$  در  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$  ریشه دارد.

۱۰ نشان دهید معادله  $x^2 = x \sin x + \cos x$  فقط دو ریشه دارد.

JUN 2015

Sun.	Mon.	Tue.	Wed.	Thu.	Fri.	Sat.
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				



۲۶۴

نقطه برآیی را بیاید.

$f(x) = 5x^2 + 4x$  (۲۹)

$S(t) = 3t^4 + 4t^3 - 4t^2$  (۳۲)

$g(t) = |3t - 4|$  (۳۴)

$g(y) = \frac{y-1}{y^2-y+1}$  (۳۵)

$f(\theta) = 2\cos\theta + \sin^2\theta$  (۳۱)

اگر  $a, b$  عددهای مثبت باشند، مقدار  $k$  کم

$[0, 1]$  ,  $f(t) = \sqrt{t}(1-t)$  (۵۴)

$[-2, 2]$  ,  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$  (۴۹)

$[\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}]$  ,  $f(t) = t + \cos t(\frac{t}{\pi})$  (۵۶)

$[0, \frac{\pi}{2}]$  ,  $f(t) = 2\cos t + \sin t$  (۵۵)

اگر  $a, b$  عددهای مثبت باشند، مقدار  $k$  کم  $f(x) = x^a(1-x)^b$  ,  $0 \leq x \leq 1$  را بیاید.

۶۸ نشان دهید که نقطه برآیی تابع  $g(x) = 2 + (x-5)^3$  است، اما  $g$  در  $5$  از کمترین مشتق ندارد.

۶۹ ثابت کنید که  $f(x) = x^{101} + x^{51} + x + 1$  در  $[-1, 1]$  از کمترین مشتق دارد.

۲۸۴

فواصل صعود، نزول، تعداد کسرها - بازه تغییر نقطه عطف را بیاید.

$f(x) = \frac{x^2}{x^2+3}$  (۱۲)

$f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$  (۱۱)

$0 \leq x \leq 2\pi$  ,  $f(x) = \sin x + \cos x$  (۱۳)

$f(x) = x + \sqrt{1-x}$  (۱۷)

JUN 2015

Sun.	Mon.	Tue.	Wed.	Thu.	Fri.	Sat.
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

۱۱) قطب پیمانی  $P(x) = x^4(x-1)^4$  را بسازید

۴۰)  $f(t) = t + \cos t$  ،  $-\pi \leq t \leq \pi$

۴۵)  $A(x) = x\sqrt{x+1}$

۴۹)  $f(\theta) = 2\cos\theta + \cos^2\theta$  ،  $0 \leq \theta \leq 2\pi$

۴۱) فرض کنید مشتق تابع  $f$  برابر است با

$f'(x) = (x+1)^2(x-3)^5(x-4)^4$

$f$  روی چه بازه‌ای صعود است؟

۴۵) آبی درجه دوم  $P(x) = ax^2 + bx + c$  بداند که در  $2, 3$  یک گره منفرجه دارد

دره و ۱ منفرجه منفرجه

۴۴) نشان دهید که متنی  $y = \frac{1+x}{1+x^2}$  بر نقطه عطف دارد که روی یک خط راست قرار دارند.

۴۹) نشان دهید که به ازای  $0 < x < \frac{\pi}{4}$  ،  $\tan x > x$ .

۴۰) ثابت کنید که اگر  $x > 1$  ،  $2\sqrt{x} > 3 - \frac{1}{x}$ .

JUN 2015

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				