

(ii) مختصات قطبی این نقطه، (r, θ) ، را که در اینجا $r < 0$ و $0 \leq \theta < 2\pi$ پیدا کنید.

۵. الف) $(2, -2)$ ب) $(-1, \sqrt{3})$

۶. الف) $(3\sqrt{3}, 3)$ ب) $(1, -2)$

۷-۱۲ ناحیه‌ای در صفحه را که از نقطه‌هایی تشکیل شده است که مختصات قطبی‌شان در شرطهای داده شده صدق می‌کنند رسم کنید.

۷. $1 \leq r \leq 2$

۸. $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}, r \geq 0$

۹. $-\frac{\pi}{4} \leq \theta < \frac{\pi}{6}, 0 \leq r < 4$

۱۰. $\frac{3\pi}{4} < \theta < \frac{5\pi}{4}, 2 < r \leq 5$

۱۱. $\frac{5\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{7\pi}{3}, 2 < r < 3$

۱۲. $\pi \leq \theta \leq 2\pi, r \geq 1$

۱۱. نقطه‌ای را که مختصات قطبی‌اش داده شده است رسم کنید. سپس بزرج مختصات دیگر از این نقطه پیدا کنید، یکی که در آن $r > 0$ و یکی که در آن $r < 0$.

۱. الف) $(2, \frac{\pi}{4})$ ب) $(1, -\frac{3\pi}{4})$ ج) $(-1, \frac{\pi}{4})$

۲. الف) $(1, \frac{7\pi}{4})$ ب) $(-3, \frac{\pi}{6})$ ج) $(1, -1)$

۱۳. مختصات دکارتی این نقطه را پیدا کنید. سپس

۲. الف) $(1, \pi)$ ب) $(2, -\frac{2\pi}{3})$ ج) $(-2, \frac{3\pi}{4})$

۴. الف) $(-\sqrt{2}, \frac{5\pi}{4})$ ب) $(1, \frac{5\pi}{3})$ ج) $(2, -\frac{7\pi}{6})$

۱۴. مختصات دکارتی نقطه‌ای داده شده است.

(i) مختصات قطبی این نقطه، (r, θ) ، را که در اینجا $r > 0$ و $0 \leq \theta < 2\pi$ پیدا کنید.

$\theta \geq 1, r = \ln \theta$.۳۶ $\theta \geq 0, r = \theta$.۳۵
 $r = \cos 5\theta$.۳۸ $r = 4 \sin 3\theta$.۳۷
 $r = 3 \cos 6\theta$.۴۰ $r = 2 \cos 4\theta$.۳۹
 $r = 2 + \sin \theta$.۴۲ $r = 1 - 2 \sin \theta$.۴۱
 $r^2 = \cos 4\theta$.۴۴ $r^2 = 9 \sin 2\theta$.۴۳
 $r^2 \theta = 1$.۴۶ $r = 2 \cos \frac{3\theta}{3}$.۴۵
 $r = 1 + 2 \cos \frac{\theta}{3}$.۴۸ $r = 1 + 2 \cos 2\theta$.۴۷

۱۳. فاصله میان نقطه‌های با مختصات قطبی $(2, \frac{\pi}{3})$ و $(4, \frac{2\pi}{3})$ را پیدا کنید.

۱۴. دستوری برای فاصله میان نقطه‌های با مختصات قطبی (r_1, θ_1) و (r_2, θ_2) پیدا کنید.

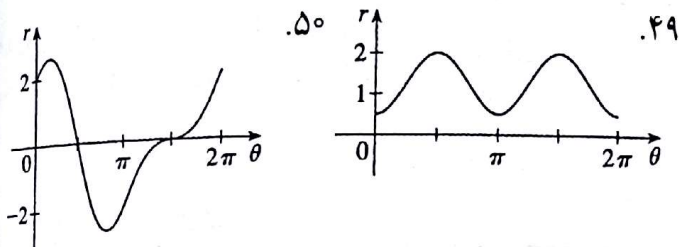
۱۵-۲۰ با پیدا کردن معادله دکارتی منحنی مورد نظر بگویید که چه منحنی‌ای است.

$r \cos \theta = 1$.۱۶ $r = 2$.۱۵

$r = 2 \sin \theta + 2 \cos \theta$.۱۸ $r = 3 \sin \theta$.۱۷

$r = \tan \theta \sec \theta$.۲۰ $r = \csc \theta$.۱۹

۴۹-۵۰ شکل داده شده نمودار r به عنوان تابعی از θ را در مختصات دکارتی نشان می‌دهد. با استفاده از آن منحنی قطبی متناظرش را رسم کنید.



۲۱-۲۶ معادله قطبی منحنی‌ای را که با معادله دکارتی داده شده نمایش داده می‌شود پیدا کنید.

$x^2 + y^2 = 9$.۲۲ $x = 3$.۲۱

$x + y = 9$.۲۴ $x = -y^2$.۲۳

$xy = 4$.۲۶ $x^2 + y^2 = 2cx$.۲۵

۲۷-۲۸ در مورد هر یک از منحنی‌های توصیف شده بگویید که این منحنی با معادله‌ای قطبی راحت‌تر مشخص می‌شود یا با معادله‌ای دکارتی.

۲۷. الف) خطی که از مبدأ می‌گذرد و با قسمت مثبت محور x زاویه $\frac{\pi}{6}$ می‌سازد

ب) خطی قائم که از نقطه $(3, 3)$ می‌گذرد

۲۸. الف) دایره‌ای به شعاع ۵ و مرکز $(2, 3)$

ب) دایره‌ای به مرکز مبدأ و شعاع ۴

۲۹-۴۸ منحنی‌ای را که معادله قطبی‌اش داده شده است رسم کنید.

$r^2 - 3r + 2 = 0$.۳۰ $\theta = -\frac{\pi}{6}$.۲۹

$r = -3 \cos \theta$.۳۲ $r = \sin \theta$.۳۱

$\theta \geq 0, r = 2(1 - \sin \theta)$.۳۳

$r = 1 - 3 \cos \theta$.۳۴

۵۱. نشان دهید که خط $x = 2$ مجانب قائم منحنی قطبی $r = 4 + 2 \sec \theta$ (به نام صدفوار) است، به این ترتیب که نشان دهید $\lim_{r \rightarrow \pm\infty} x = 2$. به کمک این مطلب این صدفوار را رسم کنید.

۵۲. نشان دهید که خط $y = -1$ مجانب افقی منحنی $r = 2 - \csc \theta$ است (که این هم صدفوار است)، به این ترتیب که نشان دهید $\lim_{r \rightarrow \pm\infty} y = -1$. به کمک این مطلب این صدفوار را رسم کنید.

۵۳. نشان دهید که خط $x = 1$ مجانب قائم منحنی $r = \sin \theta \tan \theta$ (به نام پیچکوار نیکومدس) است. همچنین نشان دهید که این منحنی کاملاً درون نوار قائم $0 \leq x < 1$ قرار دارد. به کمک این مطلب پیچکوار را رسم کنید.

۵۴. منحنی $(x^2 + y^2)^2 = 4x^2y^2$ را رسم کنید.

۵۵. الف) در مثال ۱۱ از روی نمودارها به نظر می‌رسد که وقتی $|c| > 1$ حلزونی $r = 1 + c \sin \theta$ حلقه‌ای درونی دارد. ثابت کنید که این مطلب درست است و مقدارهای θ را که متناظر با حلقه درونی‌اند پیدا کنید.

تمرین ۴.۱۱

۴.۱ مساحت ناحیه محدود به منحنیهای داده شده را که در قطاع مشخص شده قرار دارند پیدا کنید.

۱. $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$, $r = \theta^2$

۲. $\pi \leq \theta \leq 2\pi$, $r = e^{\theta/2}$

۳. $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}$, $r = \sin \theta$

۴. $0 \leq \theta \leq \pi$, $r = \sqrt{\sin \theta}$

۱۷-۲۱ مساحت ناحیه محصور به یک حلقه از منحنی را پیدا کنید.

۱۷. $r = \sin 2\theta$ ۱۸. $r = 4 \sin 3\theta$

۱۹. $r = 3 \cos 5\theta$ ۲۰. $r = 2 \sin 6\theta$

۲۱. $r = 1 + 2 \sin \theta$ (حلقه داخلی)

۲۲. مساحت ناحیه محصور به حلقه استروفویید $r = 2 \cos \theta - \sec \theta$ را پیدا کنید.

۲۳-۲۸ مساحت ناحیه‌ای را که درون منحنی اول و بیرون منحنی دوم قرار دارد پیدا کنید.

۲۳. $r = 1$, $r = 2 \cos \theta$

۲۴. $r = 1$, $r = 1 - \sin \theta$

۲۵. $r = 2$, $r^2 = 8 \cos 2\theta$

۲۶. $r = 3 \sin \theta$, $r = 2 + \sin \theta$

۲۷. $r = 1 + \cos \theta$, $r = 3 \cos \theta$

۲۸. $r = 2 - \sin \theta$, $r = 3 \sin \theta$

۲۹-۳۴ مساحت ناحیه را که درون هر دو منحنی قرار دارد پیدا کنید.

۲۹. $r = \sin \theta$, $r = \sqrt{3} \cos \theta$

۳۰. $r = 1 - \cos \theta$, $r = 1 + \cos \theta$

۳۱. $r = \cos 2\theta$, $r = \sin 2\theta$

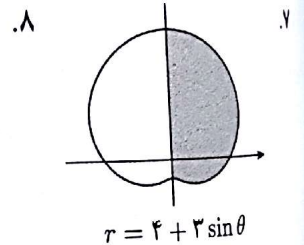
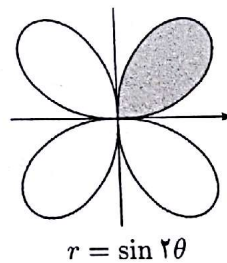
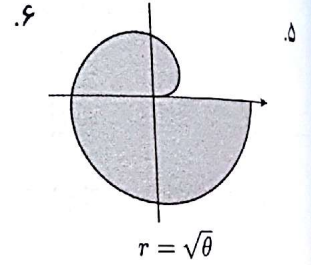
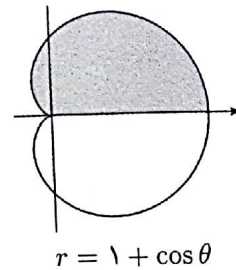
۳۲. $r = 3 + 2 \sin \theta$, $r = 3 + 2 \cos \theta$

۳۳. $r^2 = \cos 2\theta$, $r^2 = \sin 2\theta$

۳۴. $a > 0, b > 0$, $r = b \cos \theta$, $r = a \sin \theta$

۳۵. مساحت ناحیه درون حلقه بزرگتر و بیرون حلقه کوچکتر حلزونی $r = \frac{1}{4} + \cos \theta$ را پیدا کنید.

۵. مساحت ناحیه سایه‌دار را پیدا کنید.



۱۴-۱۶ منحنی مورد نظر را رسم کنید و مساحت ناحیه محصور به آن را پیدا کنید.

۱۰. $r = 3(1 + \cos \theta)$

۱۲. $r = 2 - \sin \theta$

۱۴. $r = 2 + \cos 2\theta$

۹. $r = 3 \cos \theta$

۱۱. $r^2 = 4 \cos 2\theta$

۱۳. $r = 2 \cos 3\theta$

۱۶-۱۸ منحنی مورد نظر را رسم کنید و مساحت ناحیه محصور به آن را پیدا کنید.

۱۶. $r = 2 \sin \theta + 3 \sin 9\theta$

۱۵. $r = 1 + 2 \sin 6\theta$

۳۶. مساحت ناحیه میان حلقه بزرگ و حلقه کوچک محصورشده منحنی

$$r = 1 + 2 \cos 3\theta$$

را پیدا کنید.

۳۷-۴۲ همه نقطه‌های برخورد منحنیهای داده شده را پیدا کنید.

$$r = 3 \sin \theta \quad , r = 1 + \sin \theta \quad . ۳۷$$

$$r = 1 + \sin \theta \quad , r = 1 - \cos \theta \quad . ۳۸$$

$$r = 1 \quad , r = 2 \sin 2\theta \quad . ۳۹$$

$$r = \sin 3\theta \quad , r = \cos 3\theta \quad . ۴۰$$

$$r = \sin 2\theta \quad , r = \sin \theta \quad . ۴۱$$

$$r^2 = \cos 2\theta \quad , r^2 = \sin 2\theta \quad . ۴۲$$