

۲۳-۳۸ معادله صفحه موردنظر را پیدا کنید.

۲۳. صفحه‌ای که از نقطه $(2, 3, 2)$ می‌گذرد و بر بردار $(-2, 1, 5)$ عمود است.

۲۴. صفحه‌ای که از نقطه $(4, 0, -3)$ می‌گذرد و بردار قائمش $j + 2k$ است.

۲۵. صفحه‌ای که از نقطه $(1, -1, 1)$ می‌گذرد و بردار قائمش $i + j - k$ است.

۲۶. صفحه‌ای که از نقطه $(-2, 8, 10)$ می‌گذرد و بر خط $x = 1 + t, z = 4 - 3t, y = 2t$ عمود است.

۲۷. صفحه‌ای که از مبدأ می‌گذرد و با صفحه $2x - y + 3z = 1$ موازی است.

۲۸. صفحه‌ای که از نقطه $(-1, 6, -5)$ می‌گذرد و با صفحه $x + y + z + 2 = 0$ موازی است.

۲۹. صفحه‌ای که از نقطه $(4, -2, 3)$ می‌گذرد و با صفحه $3x - 7z = 12$ موازی است.

۳۰. صفحه‌ای که خط $x = 3 + 2t, y = t, z = 8 - t$ را دربر دارد و با صفحه $2x + 4y + 8z = 17$ موازی است.

۳۱. صفحه‌ای که از نقطه‌های $(0, 1, 1), (1, 0, 1)$ و $(1, 1, 0)$ می‌گذرد.

۳۲. صفحه‌ای که از مبدأ و نقطه‌های $(2, -4, 6)$ و $(5, 1, 3)$ می‌گذرد.

۳۳. صفحه‌ای که از نقطه‌های $(3, -1, 2), (8, 2, 4)$ و $(-1, -2, -3)$ می‌گذرد.

۳۴. صفحه‌ای که از نقطه $(1, 2, 3)$ می‌گذرد و خط $x = 3t, y = 1 + t, z = 2 - t$ را دربر دارد.

۳۵. صفحه‌ای که از نقطه $(6, 0, -2)$ می‌گذرد و خط با معادله‌های $x = 4 - 2t, y = 3 + 5t, z = 7 + 4t$ را دربر دارد.

۳۶. صفحه‌ای که از نقطه $(1, -1, 1)$ می‌گذرد و خط با معادله‌های متقارن $x = 2y = 3z$ را دربر دارد.

۳۷. صفحه‌ای که از نقطه $(-1, 2, 1)$ می‌گذرد و خط برخورد صفحه‌های $x + y - z = 2$ و $2x - y + 3z = 1$ را دربر دارد.

۳۸. صفحه‌ای که از خط برخورد صفحه‌های $x - z = 1$ و $y + 2z = 3$ می‌گذرد و بر صفحه $x + y - 2z = 1$ عمود است.

۹. خطی که از نقطه‌های $(0, \frac{1}{2}, 1)$ و $(2, 1, -3)$ می‌گذرد.

۱۰. خطی که از $(2, 1, 0)$ می‌گذرد و بر هر دو $i + j + k$ و $j + k$ عمود است.

۱۱. خطی که از $(1, -1, 1)$ می‌گذرد و با خط $x - 3 = \frac{1}{2}y = z$ موازی است.

۱۲. خط محل برخورد صفحه‌های $x + y + z = 1$ و $x + z = 0$.

۱۳. آیا خطی که از $(-4, -6, 1)$ و $(-2, 0, -3)$ می‌گذرد با خطی که از $(10, 18, 4)$ و $(5, 3, 14)$ می‌گذرد موازی است؟

۱۴. آیا خطی که از $(4, 1, -1)$ و $(2, 5, 3)$ می‌گذرد بر خطی که از $(-3, 2, 0)$ و $(5, 1, 4)$ می‌گذرد عمود است؟

۱۵. الف) معادله‌های متقارن خطی را که از نقطه $(1, -5, 6)$ می‌گذرد و با بردار $(-1, 2, -3)$ موازی است پیدا کنید.

ب) نقطه‌های برخورد خط خواسته شده در قسمت الف) با صفحه‌های مختصات را پیدا کنید.

۱۶. الف) معادله‌های پارامتری خطی را که از $(2, 4, 6)$ می‌گذرد و بر صفحه $x - y + 3z = 7$ عمود است پیدا کنید.

ب) این خط صفحه‌های مختصات را در چه نقطه‌هایی قطع می‌کند؟

۱۷. معادله برداری پاره‌خط از $(2, -1, 4)$ تا $(4, 6, 1)$ را پیدا کنید.

۱۸. معادله پارامتری پاره‌خط از $(10, 3, 1)$ تا $(5, 6, -3)$ را پیدا کنید.

۱۹-۲۲. مشخص کنید که خطهای L_1 و L_2 موازی‌اند، متناظرند یا متقاطع‌اند. اگر متقاطع‌اند، نقطه برخورد را پیدا کنید.

۱۹. $L_1: x = -6t, y = 1 + 9t, z = -2t$

$L_2: x = 1 + 2s, y = 4 - 3s, z = s$

۲۰. $L_1: x = 1 + 2t, y = 3t, z = 2 - t$

$L_2: x = -1 + s, y = 4 + s, z = 1 + 3s$

۲۱. $L_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$

$L_2: \frac{x-3}{-4} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{2}$

۲۲. $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$

$L_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z+2}{3}$

فصل ۱۳. بردارها و هندسه

۴۲-۳۹ با استفاده از محلهای برخورد با محورها صفحه موردنظر را رسم کنید.

۵۷. $5x - 2y - 2z = 1$ $4x + y + z = 6$
 ۵۸. $z = 2x - y - 5$ $z = 4x + 3y - 5$

۴۰. $2x + y + 2z = 6$ $2x + 5y + z = 10$
 ۴۱. $6x - 2y + 4z = 6$ $6x + 5y - 3z = 15$

۴۳-۴۵ نقطه برخورد خط موردنظر با صفحه داده شده را پیدا کنید.

۴۳. $x - y + 2z = 9$ $z = 5t, y = 2 + t, x = 3 - t$
 ۴۴. $x + 2y - z + 1 = 0$ $z = 2 - 3t, y = 4t, x = 1 + 2t$
 ۴۵. $4x - y + 3z = 8$ $x = y - 1 = 2z$

۴۶. خطی که از $(1, 0, 1)$ و $(4, -2, 2)$ میگذرد صفحه $x + y + z = 6$ را در یکجا قطع می کند؟

۴۷. عددهای هادی خط برخورد صفحه های $x + y + z = 1$ و $x + z = 0$ را پیدا کنید.

۴۸. کسینوس زاویه میان صفحه های $x + y + z = 0$ و $x + 2y + 3z = 1$ را پیدا کنید.

۴۹-۵۴ مشخص کنید که صفحه های موردنظر موازی اند، بر هم عمودند یا هیچ یک از اینها. اگر هیچ یک از این موارد نبود، زاویه میان آنها را پیدا کنید.

۴۹. $x + 4y - 3z = 1$ $-2x + 6y + 7z = 0$
 ۵۰. $2z = 4y - x$ $2x - 12y + 6z = 1$
 ۵۱. $x + y + z = 1$ $x - y + z = 1$
 ۵۲. $2x - 3y + 4z = 5$ $x + 6y + 4z = 3$
 ۵۳. $x = 4y - 2z$ $8y = 1 + 2x + 4z$
 ۵۴. $x + 2y + 2z = 1$ $2x - y + 2z = 1$

۵۵-۵۶ (الف) معادله های پارامتری خط برخورد صفحه های موردنظر را پیدا کنید و (ب) زاویه میان صفحه های موردنظر را پیدا کنید.

۵۵. $x + y + z = 1$ $x + 2y + 2z = 1$
 ۵۶. $2x - 2y + z = 1$ $2x + y - 3z = 3$

۵۷-۵۸ معادله های متقارن خط برخورد صفحه های موردنظر را پیدا کنید

۵۹✓ معادله صفحه ای را که از همه نقطه های هم فاصله تا نقطه های $(1, 0, -2)$ و $(3, 4, 0)$ تشکیل شده است پیدا کنید.

۶۰ معادله صفحه ای را که از همه نقطه های هم فاصله تا نقطه های $(2, 5, 5)$ و $(-6, 3, 1)$ تشکیل شده است پیدا کنید.

۶۱✓ معادله صفحه ای را پیدا کنید که مختص x نقطه برخوردش با محور x باشد، مختص y نقطه برخوردش با محور y باشد و مختص z نقطه برخوردش با محور z باشد.

۶۲✓ (الف) نقطه برخورد خطهای زیر را پیدا کنید.

$r = \langle 1, 1, 0 \rangle + t \langle 1, -1, 2 \rangle$
 $r = \langle 2, 0, 2 \rangle + s \langle -1, 1, 0 \rangle$

(ب) معادله صفحه ای که این خطها را دربر دارد پیدا کنید.

۶۳✓ معادله های پارامتری خطی را که از نقطه $(0, 1, 2)$ میگذرد، با صفحه $x + y + z = 2$ موازی است و بر خط $x = 1 + t$ عمود است پیدا کنید.

۶۴ معادله های پارامتری خطی را که از نقطه $(0, 1, 2)$ میگذرد و بر خط $x = 1 + t, y = 1 - t, z = 2t$ عمود است و این خط را قطع می کند پیدا کنید.

۶۵ از چهار صفحه زیر کدامها موازی اند؟ آیا صفحه های یکسان در میان آنها وجود دارد؟

$P_1: 4x - 2y + 6z = 3$ $P_2: 4x - 2y - 2z = 6$
 $P_3: -6x + 3y - 9z = 5$ $P_4: z = 2x - y - 3$

۶۶ از چهار خط زیر کدامها موازی اند؟ آیا خطهای یکسان در میان آنها وجود دارد؟

$L_1: x = 1 + t, y = t, z = 2 - 5t$
 $L_2: x + 1 = y - 2 = 1 - z$
 $L_3: x = 1 + t, y = 4 + t, z = 1 - t$
 $L_4: r = \langle 2, 1, -3 \rangle + t \langle 2, 2, -10 \rangle$