

ریاضی عمومی ۲ ۸۳, ۹, ۵ «به نام خدا» میان نهم (دانشگاه هرمزگان)

۱- نشان دهید مستطی که اقطارش متعامد باشند یک مربع است.

۲- اگر f و g در تابع متقارن باشند و $u(x,t) = f(x+ct) + g(x-ct)$

آنگاه نشان دهید $u_{tt} = c^2 u_{xx}$

۳- اگر $\frac{x^{\frac{p}{q}}}{a^{\frac{p}{q}}} + \frac{y^{\frac{p}{q}}}{b^{\frac{p}{q}}} + \frac{z^{\frac{p}{q}}}{c^{\frac{p}{q}}} = 1$ یک رویه باشد که در آن a, b, c اعداد

مثبت هستند اگر a, b, c, z_1, z_2 مثلثی منفرجه باشند (بر این رویه) با محورهای مختصات مرتب x, y, z باشند نشان دهید

$$\left(\frac{a}{x_1}\right)^{\frac{p}{q}} + \left(\frac{b}{y_1}\right)^{\frac{p}{q}} + \left(\frac{c}{z_1}\right)^{\frac{p}{q}} = 1$$

۴- اگر تابع $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y - xy^2}{x^2 + y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ یک تابع باشد مطلوب است

محاسبه مقادیر $f_{yx}(0,0)$ و $f_{xy}(0,0)$.

۵- اگر سطحی مطلقاً تابع $f(x,y,z) = xz^2 + y^2$ را بر تابع $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ بیابید.

۶- مؤلفه‌های قائم و مماسی کتاب و طول قوس معنی زیر را از نقطه $(0,0,0)$ تا نقطه

$\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, 0\right)$ را بیابید $\vec{R}(t) = (t - \frac{1}{4}t^4)\vec{i} + (t + \frac{1}{4}t^4)\vec{j} + \frac{t^2}{2}\vec{k}$

موفق باشید

۱- الف: بردارهای یک (واحد) مماس و قائم منحنی زیر را بیابید

$$\vec{R}(t) = (e^t \cos t) \vec{i} + (e^t \sin t) \vec{j} + e^t \vec{k}$$

ب طول قوس منحنی فوق را از نقطه $A(-e^\pi, 0, e^\pi)$ تا نقطه $B(e^\pi, 0, e^\pi)$ حساب کنید

۲- معادله دایره بوسان (انحناء) منحنی $y = e^x$ را در نقطه $(0, 1)$ بیابید

۳- اگر $W = \ln(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})$ آنگاه عبارت زیر را حساب کنید

$$W_{xx} + W_{yy} + W_{zz}$$

۴- اگر $f(x, y) = x^2 + 8y^2$ تابع را بر ناحیه $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq 1$ بیابید

۵- اگر x' و y' و z' محل تلاقی عرضی مماس بر سطح $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{\alpha}$ (۰ < α)

با محورهای مختصات باشند نشان دهید:

$$x' + y' + z' = \alpha$$

با هم عرضی ال 8 نمره

موفق باشید

۱- اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار دلخواه باشند نشان دهید که

(i) $\|\vec{a} + \vec{b}\|^2 + \|\vec{a} - \vec{b}\|^2 = 2\|\vec{a}\|^2 + 2\|\vec{b}\|^2$

(ii) $\|\vec{a} + \vec{b}\|^2 - \|\vec{a} - \vec{b}\|^2 = 4\vec{a} \cdot \vec{b}$ ($(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$)

(iii) نشان دهید که اگر قطرهای متوازی الاضلاع با هم برابر باشند آنگاه متوازی الاضلاع یک مستطیل است. (۶)

۲- مؤلفه‌های مماسی و قائم نشتاب و انحنا را مبنی زیر را بیابید.

$\vec{R}(t) = (\arctan t)\vec{i} + (t - \arctan t)\vec{j} + \frac{\sqrt{2}}{t} \ln(t^2 + 1)\vec{k}$ (۷)

۳- نمودار معادلات زیر را رسم کنید.

$Z = e^{-(x^2 + y^2 + 2xy)}$ (الف) $x^2 = yz + z - y$ (ب) (۶)

۴- فرض کنید $Z = Z(x, y)$ و F تابعی دو متغیره مستقیم باشند و $(x + \frac{z}{y})$ و $(y + \frac{z}{x}) = c$

مطلوب است محاسبه $x \frac{\partial Z}{\partial x} + y \frac{\partial Z}{\partial y}$ (جواب را ساده کرده و بر حسب x و y بنویسید) (۷)

۵- مستوی حتمی تابع $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$ را در نقطه $P(3, 4, 5)$ و در جهت

بردار مماس بر منحنی فصل مشترک دو سطح $x^2 + y^2 = z^2$ و $x^2 + 2y^2 = z^2 + 25$ بیابید. $2x^2 + 2y^2 = z^2 + 25$ $x^2 + y^2 = z^2$ (۷)

۶- مخزنی به شکل استوانه که در دو انتهای آن سیم کمره است را با حجم ثابت در نظر بگیرید. ابعاد استوانه را طوری تعیین کنید که کمترین مواد لازم برای ساخت مخزن به دست آید. (۷)



۸۵, ۲, ۲۱

به نام خدا

(۴)

میان تست ریاضی عمومی ۲

۱- فرض کنید که $\vec{R}(t) = (\cos t)\vec{i} + (\sin t)\vec{j} + \ln(\cos t)\vec{k}$ معادله برداری یک منحنی باشد.

الف- طول قوس این منحنی به ازای $0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$ را بیابید.

ب) انحطای این منحنی را بیابید.

۲- اگر $f(x, y, z) = xy e^{\frac{y}{x}} + yz \sin(\frac{z}{x})$ یک تابع سه متغیره باشد مطلوب

است محاسبه عبارت مقابل :

۳- استریمهای مطلق تابع $f(x, y) = 4x^2 - 12xy + 9y^2$ روی مجموعه

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$$

۴- نشان دهید منحنی $z = t^2$ و $y = 4t - 2$ و $x = 1 - 3t$ در یک صفحه قرار دارد و معادله

این صفحه را بیابید.

۵- مشتق جهتی تابع $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ در نقطه $(0, 0)$ و در

جهت $\vec{A} = \vec{i} + \vec{j}$ را بیابید.

هر سوال ۸ نمره دارد
موفق باشید

میانگرم ریاضی عمومی ۲ رشته‌های فنی و فنی حرفه‌ای ۹۹ و ۸۵

۱- معادله دایره یوسان منحنی با معادله
 $x^2 + y^2 = 8$ $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ و $(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ باشد

۲- فاصله نقطه $(3, 2, -1)$ تا خط مستقیم

$$\begin{cases} x + 2y - 3z + 1 = 0 \\ 2x + y + z - 5 = 0 \end{cases}$$

۳- فرض کنید که $u = \arcsin\left(\frac{xy}{x+y}\right)$ مشتق آن در صورتی

$x u_x + y u_y = \tan u$

۴- تابع $f(x, y) = \frac{xy^3}{x^4 + y^6}$ در $(x, y) \neq (0, 0)$ داده شده است
 $(x, y) = (0, 0)$

الف) بیوشی تابع را در $(0, 0)$ بررسی کنید.

ب) مشتق جهتی تابع f را در $(0, 0)$ در جهت $\vec{A} = \vec{i} - 2\vec{j}$ را بیابید

۵) اکستریمهای مطلق تابع
 $f(x, y, z) = 2x - 3y + z + 1$

که $x^2 + y^2 + z^2 = 14$ را بیابید.

موفق باشید.

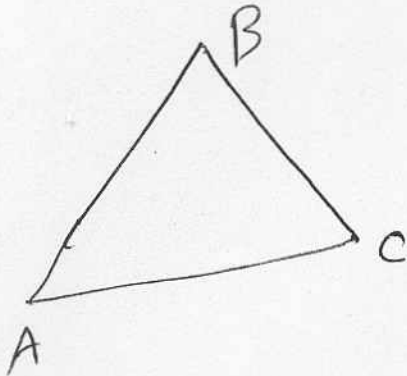
۱۷/۲/۱۷

(۶)

به نام خدا
میان ترم ریاضی عمومی ۲ رشته های مهندسی و فیزیک

الف) طول قوس منحنی $C: \begin{cases} x = e^t \\ y = e^{-t} \\ z = \sqrt{2}t \end{cases}$ $0 \leq t \leq \ln 2$ را بیابید.

(۱)



ب) انحنای این منحنی در $t=1$ را محاسبه کنید.

۲- در مثلث مقابل به گنگ برادرها نشان دهید.

$$\frac{\sin A}{|BC|} = \frac{\sin B}{|AC|} = \frac{\sin C}{|AB|}$$

(۱)

۳- حد های زیر را در صورت وجود بیابید.

الف) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\operatorname{tg}(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$

(۱)

ب) $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xyz}{x^2+y^2+z^2}$

۴- اگر $f(x,y,z) = \frac{x^2y^2}{z} \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$ مطلوب است محاسبه عبارت زیر

(۱) $x f_x + y f_y + z f_z = ?$

۵- کوتاهترین فاصله از رویه $z = -\frac{1}{4}(x^2+y^2) + 2$ تا نقطه $(1,0,1)$ را بیابید.

(۱)

موفق باشید

۱- به کمک بردارهای ثابت کسینوس امتحان یک متناهی الاضلاع همدگر را نصف می کنند.

۲- امتحان یعنی (۷) $\vec{R}(t) = (3t - t^3)\vec{i} + 3t^2\vec{j} + (3t + t^3)\vec{k}$ را بیابید.

۳- رویه $y^2 + z^2 = \sin^2 x$ در فاصله $[\pi, -\pi]$ (برای x) رسم کنید. (۵)

۴- فرض کنید $w = f(x - y, y - z, z - x)$ یک تابع مشتق پذیر باشد.

مطلوب است حساب $w_x + w_y + w_z$ (سادن کنید).

۵- کوتاهترین فاصله مبدا مختصات تا سطح $xy + 2xz = 5\sqrt{5}$ را حساب کنید. (۷)

۶- نشان دهید که هر خط عمود بر کره $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = a^2$

از مرکز آن می گذرد. (۷)

موفق باشید

به نام خدا



دانشگاه هرمزگان

دانشکده علوم گروه ریاضی

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

نام درس: ریاضی عمومی ۲

تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۲/۱۷

وقت امتحان: ۲ ساعت

نام رشته: فیزیک و مهندسی

نام استاد:

بارم

۸

۶ ۱- معادله دایره یوسان معنی $y = (x+1)^2 - 1$ را در نقطه $(0,0)$ بیابید.

۶ ۲- نشان دهید که بردار $\vec{v} = |\vec{A}| \vec{B} + |\vec{B}| \vec{A}$ زاویه بین \vec{A} و \vec{B} را نصف می کند.

۳- مؤدار معادلات زیر را توصیف کنید.

۷ الف) $Z = 1 + \sqrt{3+x^2-2x-y^2+4y}$ ب) $Z = \cosh(x^2+y^2)$

۷ ۴- آکسرمهای مطلق تابع $f(x,y) = x^{\frac{3}{2}} + y^{\frac{3}{2}}$ را روی ناحیه $D = \{(x,y) \mid \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq 1\}$ را حساب کنید.

۷ ۵- اگر $Z = f(x^2+y^2) + g(x^2-y^2)$ باشد مطلوب است محاسبه $Z_{xx} + Z_{yy}$ که در آن f و g توابعی مشتق پذیر هستند.

۷ ۶- اگر $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2+y^2}{x-2y} & x \neq 2y \\ 0 & x = 2y \end{cases}$ یک تابع دو متغیره

باشد مطلوب است محاسبه $f_x(1,1)$ و $f_y(0,0)$

موفق باشید

۱۰



دانشگاه هرمزگان

دانشکده علوم گروه ریاضی

9

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

نام درس: ریاضی عمومی ۲

تاریخ امتحان: ۱۷/۹/۲۶

وقت امتحان: ۱۵۰ دقیقه

نام رشته: فیزیک و مهندسی

نام استاد:

بارم

۱- الف) احنای منحنی $\vec{R}(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + \cosh t \vec{k}$ به ازایی $t=0$ بیابید.

۸

ب- طول قوس این منحنی را در بازه $[\ln 2, \ln 4]$ محاسبه کنید.

۸

۲- معادله دایره بوسان منحنی $\gamma = \cos\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)$ را در نقطه $(0, 1)$ به دست آورید.

۳- حد های زیر را در صورت وجود بیابید. (با ذکر دلیل)

۸

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy e^{xy}}{x^2 + y^2}$$

$$\text{و } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^3}{x^4 + y^4}$$

$$(x,y) \rightarrow (0,0)$$

$$(x,y) \rightarrow (0,0)$$

۸

۴- فرض کنید که $w = x^3 f\left(\frac{x}{y}\right) + y^3 f\left(\frac{y}{x}\right)$ یک تابع دو متغیره باشد که آن تابعی مشتق پذیر است. نشان دهید

$$x w_x + y w_y = 3w$$

۸

$$f(x,y) = x^2 + 17y^2$$

۵- اکثر هم های مطلق تابع $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ را بیابید.

موفق باشید

۴۰



۱- نام رویه‌های زیر را ذکر کنید و آنها را رسم کنید. (الف) $Z = \ln(x^2 + y^2)$

(ب) $9z^2 + 4y^2 - 36x^2 - 18z - 16y = 11$ (۷)

۲- اگر \vec{A} و \vec{B} دو بردار واحد عمود یکدیگر باشند (متعامدند) و \vec{C} برداری باشد که

در رابطه $\vec{C} \times \vec{B} = \vec{A} - \vec{C}$ صدق می‌کند ثابت کنید که

(الف) \vec{C} بر \vec{B} عمود است و $|\vec{C}| = \frac{\sqrt{2}}{3}$ (۷)
(ب) $\vec{C} = \frac{1}{3}(\vec{A} - \vec{A} \times \vec{B})$

۳- دایره‌های بیرونی $y = 1 + x^2$ در نقطه (۱، ۲) مماس است و معادله آن $\frac{d}{dx}$

بر هر دو منحنی (دایره و سهمی) در نقطه تماس باهم برابر هستند.

شعاع دایره مورد نظر را بیابید. (۶)

$$\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xyz^2}{xz^3 + y^5 + z^5}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,-2)} \frac{(x+2)^3 + y^3}{x+y+2}$$
 (۹)

۵- اگر $w = \sqrt{xy} f\left(\frac{y}{x}\right)$ یک تابع متشوق پذیر باشد، مطلوب است محاسبه

مشارکت $y^2 w_{yy} - x^2 w_{xx}$ (۷)

$f(u,v,z) = uz + yz$

۶- اکثر مماسی مطلق تابع تحت در شرط $x^2 + z^2 = 2$ و $yz = 2$ را بیابید. (۷)

۱- معادله را بره بوسان بر منفی $y = \ln x$ در نقطه $(1, 0)$ را حساب کنید

۲- معادله سطح درجه دوم زیر را توصیف کنید (نوع سطح و رسم آن لازم است)

$$x^2 + 2y^2 - z^2 - 6x - 12y + 46 = 0 \quad \text{الف}$$

$$z = \sqrt{-x^2 - y^2} \quad \text{ب}$$

۳- کوتاه‌ترین فاصله بین دو خط زیر را حساب کنید

$$\frac{x+4}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+1}{2} \quad \frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-4}{5}$$

۴- اکثر مهمای مطلق تابع $f(x, y) = 2xy + y^2 + 8x - 4y + 1$

را روی ناحیه $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$ را حساب کنید

۵- اگر $W = f\left(x + \frac{z}{y}, y + \frac{z}{x}\right)$ مقدار عبارت زیر را ساده کنید

$$W_{xy} + W_{yz}$$

با هر سوال ۸ نمره

موفق باشید

بنام خدا

امتحان میان ترم ریاضی عمومی دو - دانشگاه هرمزگان - (۸۹/۲/۹)

۱. طول قوس منحنی زیر را در فاصله $1 \leq t \leq 2$ حساب کنید.

$$R(t) = t \vec{i} + \left(\frac{1}{8}t^2 + \frac{1}{4t^2}\right) \vec{j}$$

۲. به کمک بردارها نشان دهید اقطار مستطیل یکدیگر را نصف می کنند.

۳. نقطه ای از سهمی گون دوار $z = -\frac{1}{4}(x^2 + y^2) + 2$ را بیابید که از همه به نقطه $(1, 0, 0)$ نزدیک تر باشد.

۴. اگر $U = xf(x+y) + yg(x+y)$ که در آن توابع یک متغیره f و g مشتق پذیرند. نشان دهید رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 2 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$$

۵. مشتق جهتی تابع زیر را در نقطه $(0, 0)$ در جهت بردار $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ را حساب کنید.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

۶. نشان دهید حجم هر چهار وجهی محدود به صفحات مختصات و یک صفحه مماس بر سطح $xyz = 8$ برابر با ۳۶ است.

وقت ۲ ساعت

موفق باشید

۱- انتضای منقضی زیر را حساب کنید (۶ نمره)

$$\vec{R}(t) = \arctan(t) \vec{i} + (t - \arctan(t)) \vec{j} + \frac{\sqrt{2}}{2} \ln(1+t^2) \vec{k}$$

۲- زاویه بین قطر یک مکعب به ضلع a با یک ضلع مجاور آن را حساب کنید. (۶ نمره)

۳- بسویستی تابع زیر را در نقطه $(0,0)$ بررسی کنید. (۶ نمره)

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3 y^3}{x^2 + y^4} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

۴- اگر $z = f(y+ax) + h(y-ax)$ که a یک عدد دلخواه است مقدار عبارت

$$\frac{\delta^2 z}{\delta x^2} - a^2 \frac{\delta^2 z}{\delta y^2}$$

زیر را حساب و ساده کنید. (۶ نمره)

۵- نقطه‌ای در فضا را بیابید که مجموع مختصات آن ۲۴ و فاصله‌اش از مبدأ مختصات کمترین مقدار را داشته باشد. (۶ نمره)

۶- رویه‌های زیر را توصیف کنید (نام و رسمید منظور است). (۶ نمره)

الف) $z = 2 + \sqrt{x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5}$

ب) $y = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sqrt{x^2 - 2x + z^2 - 2z + 8}$

حرفی باقی نماند



دانشگاه هرمزگان

شماره دانشجویی: ۱۴

نام درس: ریاضی عمومی ۲

نام استاد: نام استاد:

تاریخ امتحان: ۲۲/۲/۱۳۹۰

وقت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

نام رشته: ریاضی - فیزیک و مهندسی

بارم

دانشکده علوم
گروه ریاضی

- ۱- حدهای زیر را در صورت وجود بیابید.
- الف) $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xz + xy}{x^2 + y^2 + z^2}$
- ب) $\lim_{(x,y) \rightarrow (2,1)} \frac{x^2 - 2yx}{x^3 - 8y^3}$
- ۲- معادله دلبره بوسان (اغناء) منحنی $R(t) = \left(\frac{-1-t^2}{t}\right)\vec{i} + \ln t^2 \vec{j}$ را از $t=1$ تا $t=2$ بیابید.
- ۳- معادله صفحه‌ها را بر فرض مشترک صفحات $x-z=1$ و $y+2z=3$ عمود بر صفحه $x+y-2z=1$ بیابید.
- ۴- مشتق جیبی (سوی) تابع $w = xyz - 1$ در نقطه $(1, 2, 2)$ و در جهت بردار قائم‌خارجی بیرونی $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ بیابید.
- ۵- اکثره‌های تابع $f(x,y) = 1 + xy - x - y$ را روی ناحیه محدود (یا منحنی‌های) $y=4$ و $y=x^2$ بیابید.
- ۶- اگر $u = f(x,y)$ تابع دو متغیره باشد و $x = r \cos \theta$ و $y = r \sin \theta$ آنگاه نشان دهید
- $$u_{xx} + u_{yy} = u_{rr} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{\theta\theta}$$

موفق باشید

الف) فضای منحنی $\vec{r}(t) = e^t \vec{i} + \sqrt{t} t \vec{j} + e^{-t} \vec{k}$ را بیابید.

(۶)

ب) طول قوس این منحنی برای $0 \leq t \leq \ln 2$ را بدست آورید.

۲ حاصل دو خط زیر را بیابید.

(۶)

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+5}{1} \quad \& \quad \frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$$

۳) دو خط زیر را توصیف کنید (با رسم روی زبرسور)

(۶)

الف) $y^2 + z^2 = \tanh x$

ب) $z = \sqrt{12y - 2y^2 - 2x^2 - 11}$

۴) اگر تابع $f(x, y)$ در صورت زیر تعریف شده است، بدیاج توابعه بیابید، مطلوب است:

الف) $f_x(x, y)$ را بیابید.

(۸)

ب) مشتق ریاضی این تابع را در نقطه $(0, 0)$ برای f بیابید.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

۵) $f(x, y) = x^2 + y^2$ را در ناحیه $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq 1\}$ را بیابید.

(۶)

۱) قوس منحنی $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ (الف) در نقطه $(1, 3)$ در جهت $\vec{A} = \vec{i} + \sqrt{4} \vec{j}$ را بیابید.

ب) معنی بیابید - قوس منحنی در آن جهت سیرین مقدار را بدست بیابید.

موقعی را بیابید



نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

زمان: ۱۱۰ دقیقه

<p>۷نمره</p>	<p>(۱) فرض کنید $u = \frac{1}{y}[f(x+y) + g(y-x)]$ که در آن f و g توابع یک متغیره با مشتقات موجود مرتبه دوم باشند. نشان دهید $y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(y^2 \frac{\partial u}{\partial y} \right)$</p>
<p>۶نمره</p>	<p>(۲) اگر $R(t) = \cos^3(t)\vec{i} + \sin^3(t)\vec{j}$ معادله برداری یک منحنی باشد، مطلوب است الف) محاسبه بردار قائم واحد بر منحنی ب) انحنای این منحنی به ازای $t = \frac{\pi}{4}$</p>
<p>۶نمره</p>	<p>(۳) نشان دهید خط $\frac{x+5}{3} = \frac{y-1}{-2} = z+4$ و فصل مشترک دو صفحه $x+y-z+3=0$ و $x-y-5z=0$ موازی می باشند.</p>
<p>۶نمره</p>	<p>(۴) رویه های زیر را توصیف کنید. (اسم رویه و رسم شکل) الف) $y^2(x^2+z^2) = 1$ ب) $x = 3y^2 + 4z^2 - 6y - 8z + 5$</p>
<p>۸نمره</p>	<p>(۵) اکستریم های تابع $f(x,y) = (x^2+y^2)e^{-3x^2-2y^2}$ را روی ناحیه $A = \{(x,y) 1 \leq 3x^2 + 2y^2 \leq 2\}$ بیابید.</p>
<p>۷نمره</p>	<p>(۶) پیوستگی و ناپیوستگی های تابع $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^4+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ را تعیین کرده و سپس مقدار $f_x(0,y)$ را بیابید.</p>

موفق باشید



وقت: ۱۰۰ دقیقه

4199

امتحان میان ترم ریاضی عمومی ۲ نوبت اول ۹۲-۹۱

شماره دانشجویی:

نام استاد:

نام و نام خانوادگی:

(۱) معادله دایره بوسان بر منحنی $y = a \cosh \frac{x}{a}$ در نقطه $(0, a)$ را بیابید.

(۲) نزدیکترین و دورترین نقطه از رویه $\frac{x^2}{4} + y^2 + \frac{z^2}{2} = 1$ به نقطه $(-1, 0, 0)$ را بیابید.

(۳) رویه های زیر را رسم کنید و نام هر یک را بنویسید.

۱) $y^2 - x^2 + z^2 + 6x - 4y + 10 = 0$

۲) $x^2 + y^2 = \frac{fz^2}{(z-2)^2(z+2)^2}$

(۴) فرض کنید f یک تابع دو متغیره با ضابطه زیر باشد

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

الف) مشتق پذیری f را بررسی کنید.

ب) مشتق جهت f را در بردار جهت $\vec{j} + 2\vec{i}$ محاسبه کنید.

(۵) فرض کنید $w = f(x, y, z)$ یک تابع مشتق پذیر باشد و داشته باشیم

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \\ z = z \end{cases}$$

الف) نشان دهید $(f_r)^2 + (\frac{1}{r}f_\theta)^2 + (f_z)^2 = (f_x)^2 + (f_y)^2 + (f_z)^2$

ب) f_x و f_y را بر حسب r و θ بنویسید.

میان نرم ریاضی محاسباتی ۲۰۲۱/۱۲/۹ وقت ۱۱:۰۰ دقیقه

(۱۸)

۱- در مثلث دلتا ABC به کمک بردارها نشان دهید که رابطة
 $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$ همواره برقرار است که در آن a اندازه ضلع
 BC و اندازه ضلع AC و اندازه ضلع AB است (۷ نمره)
 (نمونه سوال ۱۸)
 (۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸)

۲- فرض کنید که $\vec{r}(t) = \frac{4}{9}(1+t)^{\frac{3}{2}}\vec{i} + \frac{4}{9}(1-t)^{\frac{3}{2}}\vec{j} + \frac{1}{3}(1+t)^{\frac{3}{2}}\vec{k}$ معادله پارامتری
 یک منحنی باشد مطلوب است الف) امتدای منحنی ب) طول قوس بازه $t \in [0, 1]$ (۷ نمره)

۳- مقدار ماکسیمم و منیمم طول تابع
 $f(x, y) = 3x^2 + 2y^2 - 4y + 1$ را در دایره $x^2 + y^2 = 1$ پیدا کنید (۷ نمره) (روش دیگر صیقل مختصات)

۴- فرض کنید $Z = u(x, y)$ و در آن $u_{xy} = 0$ معادله $Z_x + Z_y - Z_{xy} - Z = 0$ را با توجه به شرط $Z(0,0) = 0$ حل کنید (۷ نمره)

۵- مشتق نوس بر تابع f با ضابطه
 $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
 در صیقل پیدا کنید (۷ نمره)

۶- مقدار ماکسیمم و منیمم تابع f با ضابطه
 $f(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz^2$ را در دایره $x^2 + y^2 = 1$ و در حتماً صوانی محور
 z را انتقال بدینده (۵ نمره)

موفق باشید

میان رسم بر پایه محاسبه از دست غیره قضی ۹۲/۹/۲ و مس ۱۱ دقیقه
 (۱۹)

۱- مقدار $F_{xy}(0,0)$ را بیابید (۷ نمره)

$$F(x,y) = \begin{cases} x^2 \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - y^2 \arctan\left(\frac{x}{y}\right) & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

۲- ابعاد محوری را بیابید و با هم مقایسه کنید و با هم مقایسه کنید (۷ نمره)

۳- مولفه‌های مماسی و قائم و انحراف را بیابید (۷ نمره)

$$\vec{r}(t) = (\arctan t) \vec{i} + (t - \arctan t) \vec{j} + \frac{1}{\sqrt{5}} \ln(t+1) \vec{k}$$

۴- رویه‌های زیر را توصیف کنید (ذکر نام و رسم شکل) (۶ نمره)

۱) $x^2 + y^2 - z^2 - 4x + 12y + 24 = 0$ ۲) $z = \cosh(x^2 + y^2)$

۵- اگر $z = f(x, y)$ و $x = e^s \cos t$ و $y = e^s \sin t$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = e^{2s} \left(\frac{\partial^2 z}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right)$$

(۷ نمره)

۶- معادله خط مماس بر منحنی در این نقطه را بیابید $x^2 + y^2 - z = 8$

$x^2 + y^2 + z^2 = -2$ مایل نقطه $(2, 0, 0)$ بیابید (۶ نمره)
 صریحاً بیابید

(۱) انتهای منحنی $\vec{R}(t) = e^t \sin(2t) \vec{i} + e^t \cos(2t) \vec{j} + 2e^t \vec{k}$ را در $t = 0$ محاسبه

نمایید. (۷نمره)

(۲) رویه های $lnx = \sqrt{y^2 + z^2}$, $3x^2 + y^2 - 2x + z^2 - y = 0$ را توصیف و رسم

کنید. (۸نمره)

(۳) اگر $z = f(x^2 + y^2) + g(x^2 - y^2)$ که در آن f و g دو تابع مشتق پذیرند آنگاه مطلوب

است $Z_{xx} + Z_{yy}$. (۶نمره)

(۴) بیوستگی تابع f با ضابطه $\begin{cases} \frac{\sin^2(x-y)}{|x|+|y|}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ را بررسی کنید. (۶نمره)

(۵) نشان دهید صفحه مماس بر رویه $z = xf(\frac{x}{y})$ در هر نقطه (x_0, y_0, z_0) که $x_0 \neq 0$ از مبدا میگذرد. (۶نمره)

(۶) اکستریم های تابع f با ضابطه $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy$ را روی ناحیه

$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ بیابید. (۷نمره)

موفق و سربلند باشید.

وقت ۱۰۰ دقیقه

تاریخ ۹۴/۲/۳۰

میان ترم ریاضی عمومی ۲

نام استاد:

شماره دانشجویی:

نام خانوادگی (۲۲)

«به نام خدا»

۱- به کمک درجه‌ها ثابت کنید که اگر دو تابع متناهی الاضلاع با هم برابر باشند آنگاه آن متناهی الاضلاع یک متغیل است (۵)

۲- الف) طول قوس معنی $\vec{R}(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + \ln(\cos t) \vec{k}$ برای $0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$ بیاید.

ب) اجزای این معنی را برای t دکوار بیاید. (۱) $(t=0)$

۳- نشان دهید که $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ و استوانه $xy = 1$ در نقطه $(0, 0, 1)$ مماس یکسانی دارند معادله این صفحه مماس را بیاید. (۵)

۴- اکثر مطلق تابع $f(x, y) = (x^2 + y^2)^{-1}$ را روی ناحیه $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ بیاید. (۱)

۵- حد های زیر را در صورت وجود بیاید.

الف) $\lim_{(x, y, z) \rightarrow (0, 0, 0)} \frac{xy^2 + z^2}{x^2 + y^4 + z^2}$ (۱)

ب) $\lim_{(x, y) \rightarrow (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})} \frac{1 + \cos(x+y)}{\sin(x+y)}$

۶- اگر $z = f(x+2y, x-2y)$ یک تابع مشتق پذیر باشد آنگاه مقدار عبارت $z_{xx} - 4z_{yy}$ را بدست آورید. (۶)

موفق باشید

۱- اکثر هم‌های مطلق تابع $f(x, y) = (x^2 + y^2)^{-1}$ واروی ناحیه بسته

$$A = \{(x, y) \mid 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9\} \text{ باشد؟ (۸ نمره)}$$

۲- مشتق هفتی تابع $f(x, y, z) = 3x^2yz + 2yz^2$ را در جهت بردار گرادیان در $x^2 - y^2 + z^2 = 1$

در نقطه $P(1, 1, 1)$ بدست آورید؟ (۶ نمره)

$$\lim_{(x, y, z) \rightarrow (0, 0, 0)} \frac{xy^2 + z^4}{x^2 + y^4 + z^4}$$

۳- حد زیر را در صورت وجود بیابید؟ (۵ نمره)

۴- اگر $z = u(x, y) e^{ax+by}$ یک تابع مشتق پذیر باشد و $u_{xy} = 0$ مقادیر a و b را ضروری

(۷ نمره)

$$z_x + z_y = z_{xy} + z$$

بیابید که

۵- معادله دایره یوگسالی بر منحنی $y = \cos\left(\frac{x}{\pi}\right)$ در نقطه $(0, 1)$ را بیابید؟ (۵ نمره)

۶- اگر \vec{A} و \vec{B} دو بردار دلخواه باشند نشان دهید که: $(\vec{A} \cdot \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 |\vec{B}|^2 - |\vec{A} \times \vec{B}|^2$

(۵ نمره)

۷- در $z = e^{-(x^2+y^2)}$ را توصیف کنید (نام روم و نمودار)؟ (۴ نمره)

موفق باشید

اسمان بیگلر
رشته مهندسی ۲

مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

نام استاد:

نام و نام خانوادگی:

۹۵/۲/۹

رشته:

۲۴

شماره دانشجویی:

۱) به کمک بردارهای نشان دهید که نقطه $A(1, 1, 1)$ و $B(2, 2, 4)$ و $C(0, 4, -2)$ در یک صفحه قرار دارند و معادله این صفحه را بیابید؟ (۵ نمره)

۲- انحطای منحنی $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ را در نقطه $x = \sqrt{3}$ واقع بر آن را بیابید؟ (۶ نمره)

۳- رویه‌های زیر را توصیف کنید (رسم و نام رویه)

$$x^2 + 2y^2 - z^2 - 4x - 12y + 44 = 0 \quad \text{الف}$$

(۸ نمره)

$$z = 1 - \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2} \quad \text{ب}$$

۴- مقدار n را طوری تعیین کنید تا تابع $w = (x^2 + y^2 + z^2)^n$ در معادله لاپلاس خود نشود

$$w_{xx} + w_{yy} + w_{zz} = 0 \quad \text{صدق کند؟ (۶ نمره)}$$

۵- سطح گویی تابع $f(x, y, z) = x^2 - y^2 + z^2 + xz^2$ را در نقطه $(1, 1, 2)$ و در امتداد خط مماس بر منحنی

$$\begin{cases} z = 3x^2 - y^2 \\ z^2 = 4x^2 + 4y^2 \end{cases} \quad \text{بدرست آورید؟ (۸ نمره)}$$

۶- اگر سهم مطلق تابع $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ را تحت شرط $xyz = 8$ بیابید؟ (۷ نمره)

موفق باشید